Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Universidad del Perú. Decana de América

Dirección General de Estudios de Posgrado
Facultad de Ciencias Matemáticas
Unidad de Posgrado

Análisis de modelos de riesgos colectivos e individuales y la probabilidad de ruina en una empresa financiera – aseguradora

TESIS

Para optar el Grado Académico de Magíster en Estadística Matemática

AUTOR

Timoteo HINCHO CCASA

ASESOR

Wilfredo Eugenio DOMÍNGUEZ CIRILO

Lima, Perú

2021

Referencia bibliográfica

Hincho, T. (2021). *Análisis de modelos de riesgos colectivos e individuales y la probabilidad de ruina en una empresa financiera – aseguradora*. Tesis para optar el grado de Magíster en Estadística Matemática. Unidad de Posgrado, Facultad de Ciencias Matemáticas, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú.

Hoja de metadatos complementarios

Código ORCID del autor	"------------------------------"
DNI o pasaporte del autor	08819351
Código ORCID del asesor	0000-0002-3990-6243
DNI o pasaporte del asesor	08389429
Grupo de investigación	"--------------------------------"
Agencia financiadora	RECURSOS PROPIOS
Ubicación geográfica donde se desarrolló la investigación	COORDINADAS GEOGRAFICAS DE LIMA Longitud: O77°1'41.66'' Latitud : S12°2'35.45'' INFORMACIONES DE INEI Y MININTER
Año o rango de años en que se realizó la investigación	2018
Disciplinas OCDE	ESTADISTICA, PROBABILIDAD http://purl.org/pe-repo/ocde/ford#1.01.03

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA

FACULTAD DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

VICEDECANATO DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

UNIDAD DE POSGRADO

ACTA DE SUSTENTACIÓN VIRTUAL DE TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAGÍSTER EN ESTADÍSTICA MATEMÁTICA

Siendo las, 18:34 horas del día lunes veintiuno de diciembre del dos mil veinte, en la sala virtual https://meet.google.com/wsb-qwza-rfm, el Jurado de Tesis conformado por los siguientes docentes:

PRESIDENTA:	Dra. Ofelia Roque Paredes
MIEMBRO:	Mg. Antonio Bravo Quiroz
MIEMBRO:	Mg. José Antonio Cárdenas Garro
ASESOR:	Mg. Wilfredo Eugenio Domínguez Cirilo

se reunieron para la sustentación de la tesis titulada: « ANALISIS DE MODELOS DE RIESGOS COLECTIVOS E INDIVIDUALES Y LA PROBABILIDAD DE RUINA EN UNA EMPRESA FINANCIERA – ASEGURADORA » presentada por el Bachiller Timoteo Hincho Ccasa para optar el Grado Académico de Magíster en Estadística Matemática

Concluida la exposición, los miembros del Jurado de Tesis procedieron a formular sus preguntas que fueron absueltas por el graduando; acto seguido se procedió a la evaluación correspondiente, según tabla adjunta, habiendo obtenido el Bachiller Timoteo Hincho Ccasa el calificativo de BUENO (16) Dieciséis

Habiendo sido aprobada la sustentación de la Tesis, el Jurado Evaluador recomienda para que el Consejo de Facultad apruebe el otorgamiento del Grado Académico de **Magíster en Estadística Matemática** al **Bachiller** Timoteo Hincho Ccasa

Siendo las 19:44 horas, se levantó la sesión, firmando para constancia la presente Acta:

Mg. Antonio Bravo Quiroz
MIEMBRO

Dra. Ofelia Roque Paredes
PRESIDENTA

Mg. José Antonio Cárdenas Garro
MIEMBRO

Mg. Wilfredo Eugenio Domínguez Cirilo
ASESOR

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA

FACULTAD DE CIENCIAS MATEMÁTICAS
VICEDECANATO DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO
UNIDAD DE POSGRADO

Mg. José Antonio Cárdenas Garro
MIEMBRO

Mg. Wilfredo Eugenio Domínguez Cirilo
ASESOR

FICHA CATALOGRÁFICA

TIMOTEO, HINCHO CCASA

Análisis de Modelos de Riesgos Colectivos e Individuales y la Probabilidad de Ruina en una Empresa Financiera – Aseguradora**.** Lima 2018

XI, 98 p., 29.7 cm (UNMSM, Maestría, Estadística Matematica,2018)

Tesis, Universidad Nacional Mayor de san Marcos. Facultad de Ciencias Matemáticas.

DEDICATORIA

- Mi gratitud a Dios, cuando estoy por abandonar me da fuerzas para continuar en mis proyectos y en los momentos más difícil de mi vida me da esperanzas y por enviarme a mis dos hijas Valeska y Kaori en el momento más crítico de mi soledad después de la partida de mi madre.

- La presente tesis la dedico a mi agüela Ana por apoyarme en los momentos más difíciles durante mi formación profesional
- La presente tesis la dedico a mi madre que siempre estará conmigo.

- Mi gratitud a miss G. J. por darme fuerza en todo momento.

AGRADECIMIENTO

- Mi agradecimiento a mis profesores de post grado por compartir sus conocimientos y sus exigencias. Y a todas las personas que siempre están motivándome para continuar con el desarrollo de la tesis.

- Mi agradecimiento a mi asesor Mg. Wilfredo Domínguez por apoyarme hasta en ultimo momento de mi sustentación.

Abstract

Analysis of Collective and Individual Risk Models and the Probability of

Ruin in a Financial Company - Insurance Company.

TIMOTHY, HINCHO CCASA

December, 2020

Advisor: Mg. Wilfredo Eugenio domínguez Cirilo.

Title Obtained: Magister in Mathematical Statistics.

The objective of the thesis is to describe the characteristics of the vehicle insurance policies and estimate the ruin or bankruptcy probabilities of the insurer, where it can be obtained through the collective and individual risk models and the Lundberg approximation and exponential approach methods. variable number of claims and amount, during the first quarter of 2018.

The methodology used is a longitudinal descriptive type that describes the behavior of the events of the vehicle insurance policies during the first quarter.

The results obtained in the estimation of the ruin probabilities from the collective and individual model are made with a real application as is the case of vehicle insurance; specifically total robbery in the city in Lima year 2018. The results show that on average every day there are 18 vehicular robberies only in Lima.

These events in large numbers generate invaluable economic movements, the insurance company may have a risk of payment reimbursement. These possible risks can be measured using the theory of probability of ruin through risk models, where it can be concluded and give the warning of a possible lack of liquidity in vehicle insurance companies.

Keywords: Premium, portfolio, claims.

RESUMEN

Análisis de Modelos de Riesgos Colectivos e Individuales y la Probabilidad de Ruina en una Empresa Financiera – Aseguradora.

TIMOTEO, HINCHO CCASA

Diciembre, 2020

Asesor: Mg. Wilfredo Eugenio Domínguez cirilo.

Titulo Obtenido: Magister en Estadística Matemática.

El objetivo de la tesis es describir las características de las pólizas de seguro vehicular y estimar las probabilidades de ruina o quiebra de la aseguradora, donde puede ser obtenida mediante los modelos de riesgos colectivos e individuales y los métodos de aproximación de Lundberg y exponencial de las variables número de reclamaciones y monto, durante el primer trimestre del año 2018.

La metodología empleada es de tipo descriptivo longitudinal que describe el comportamiento de lo sucedido de las pólizas de seguros vehiculares durante el primer trimestre.

Los resultados obtenidos en la estimación de las probabilidades de ruina a partir del modelo colectivo e individual se realizan con una aplicación real como es el caso de seguros vehiculares; específicamente robo total en la ciudad en Lima año 2018.

Los resultados muestran que en promedio cada día hay 18 robos vehiculares solo en Lima, estos acontecimientos en gran cantidad generan movimientos económicos invalorables, la empresa aseguradora puede tener un riesgo de reembolso de pago. Estos posibles riesgos se pueden medir utilizando la teoría de probabilidad de ruina mediante los modelos de riesgo, donde se puede concluir y dar la advertencia de una posible de falta de liquidez en las empresas aseguradoras de vehículos.

Palabras claves: *Prima, portafolio, reclamaciones.*

ÍNDICE

CAPÍTULO I : INTRODUCCIÓN

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

CAPITULO III: METODOLOGIA

CAPITULO IV: RESULTADOS Y DISCUSION

OBJETIVO ESPECIFICO-01

OBJETIVO ESPECIFICO-02

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABLAS

INTRODUCCION

La medición y gestión del riesgo es una disciplina relativamente nueva que ha surgido con gran dinamismo específicamente en los seguros.

La investigación que se presenta "Análisis de modelos de riesgos colectivos e individuales y la probabilidad de ruina en una empresa aseguradora de vehículos" se desarrolla por la necesidad de estimar las posibles probabilidades de ruina financiera por el incremento de la inseguridad de robos vehiculares.

El Riesgo Financiero significa no estar en condiciones de cubrir los costos financieros.

Algunas empresas incurren al uso de "apalancamiento financiero" en un momento de incertidumbre influenciado por la crisis financiera de un país.

Estos episodios de inestabilidad y Crisis Financieras que se presentaron en las décadas ochenta y noventa en Perú, y a nivel internacional, tales como:

La crisis de México durante 1994 denominado "el tequilazo". Armando y Querol (2003)

La crisis de los EEUU en 2008 denominado " burbuja inmobiliaria" las empresas financieras no midieron suficientemente el impacto de la crisis, para sobre vivir los bancos se fusionaron.

Mediante el análisis de riesgo financiero se determina la quiebra o solidez financiera de una empresa aseguradora, entre más alto sea el grado de apalancamiento, mayor es el nivel de riesgo. La empresa aseguradora se preocupa en identificar los **activos**, evaluar y proteger las inversiones de los clientes.

Gerber (1979) define la Teoría del Riesgo como el conjunto de ideas para diseñar, dirigir y regular una empresa en riesgo.

La teoría del riesgo estudia los daños asociado a la incertidumbre, en el sentido más preciso se expresa en términos económicos, la teoría de riesgo se ocupa en identificar los modelos estadísticos y sus procesos estocásticos que involucran dos variables (ingreso y egreso) la descripción y su evolución como proceso en un determinado tiempo.

En una compañía de seguros vehiculares los ingresos (primas) y los egresos (son los pagos reclamaciones) y son estocásticas.

Un enfoque de este tipo de análisis de riesgo en seguros se realiza aplicando los Modelos de Riesgo Individual y colectivo donde se estudia el comportamiento de los portafolios de los clientes considerados como variables aleatorias y su distribución para poder determinar su probabilidad de riesgo en el contexto actuarial.

Los modelos de riesgo colectivo e individual basados en la Estadística Actuarial son de gran interés, tanto por su contenido teórico como por sus posibilidades de aplicabilidad en las finanzas y seguros. (Rincon,2012)

Se puede realizar aplicaciones en los seguros de carteras de pólizas de seguros vehiculares en diferentes niveles de siniestralidad. Donde se pueda determinar las probabilidades de fracaso o ruina.

La presente tesis tiene como objetivos describir las características de las pólizas de seguro vehicular y estimar las probabilidades de ruina o quiebra de la aseguradora y que puede ser obtenida mediante los modelos de riesgos colectivos e individuales y los métodos de aproximación de Lundberg y exponencial de las variables número de reclamaciones y monto, durante un periodo.

En el primer Capítulo se formula el problema de la tesis realizando las justificaciones teóricas y prácticas de la importancia de su aplicabilidad en los seguros vehiculares.

En el segundo capítulo se presenta el sustento teórico y matemático de la teoría de probabilidad de ruina que será estimado conociendo los métodos de aproximación mencionados en los objetivos.

En el tercer capítulo se refiere al marco metodológico y el tipo de investigación que se desarrolla, donde se realiza una serie de observaciones de los resultados diarios durante el año 2016. Considerando solo el primer trimestre en Lima Metropolitana.

Finalmente, se presenta las conclusiones de las estimaciones de probabilidad de ruina mediante los métodos de aproximación que se presenta, son simulaciones que la empresa necesariamente debe realizar cada periodo de tiempo, empleando modelos más apropiados de acuerdo a su contexto y su realidad, las precisiones de estimación están en función a los métodos de aproximación.

Las empresas aseguradoras, se preocupen en identificar y evaluar los activos y pasivos.

Aplicando primero la teoría “condición de ganancia neta”. La aseguradora debe ofrecer liquidez y solvencia para proteger las inversiones de los clientes y los movimientos financieros.

.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Situación Problemática

Un riesgo financiero se refiere a la incertidumbre de falta de liquidez y está compuesto por las diferentes variables que pueden afectar a una inversión al no estar en capacidad de cumplir con sus obligaciones financieras se considera riesgo o quiebra financiero.

El problema actual con respecto a los robos vehiculares a diario en lima metropolitana y a nivel nacional, han aumentado con una tendencia exponencial ocasionando a las aseguradoras vehiculares a tomar medidas correctivas para no tener un grado de riesgo financiero, como obligar que todo el vehículo tengas GPS las 24 horas del día, SOAT, todo vigente.

Cuando las aseguradoras no controlan estas variables de riesgo operativo.

Las financieras incurren en el análisis del grado de apalancamiento financiero que tenga la empresa en un momento determinado. Entre más alto sea el grado de apalancamiento mayor es el nivel de riesgo. Sucede cuando la rentabilidad que se obtenga de las inversiones de seguro es inferior al coste de la deuda. Implica el aumento de riesgo financiero y en consecuencia el efecto de apalancamiento es negativo y es ahí donde aparece la incertidumbre de la probabilidad de ruina financiera de la aseguradora. (Cuervo y Rivero, 1986, p. 22)

Un enfoque de este tipo de análisis se realiza aplicando la teoría de probabilidades de ruina para observar el proceso a través del tiempo, dentro del área de seguros, específicamente en seguros vehiculares. Se estudia el comportamiento de los portafolios de clientes considerados como variables aleatorias a las reclamaciones y el monto de reembolso de los seguros vehiculares en un periodo de tiempo y poder estimar la probabilidad de ruina financiera. (Rincon, 2011, p. 69)

Los Modelos de Riesgo Colectivo e Individual, se basan en la Estadística Actuarial y son de gran interés tanto por su contenido teórico como por sus aplicaciones en los seguros, y se plantea el problema con respecto a los seguros vehiculares.

1.2 Formulación del Problema

En la actualidad han aumentado la demanda de las empresas aseguradoras específicamente en seguros vehiculares, por los constantes robos en Lima Metropolitana y a nivel nacional.
Las empresas aseguradoras se preocupan por el estudio de los resultados de los activos que pueden tener a partir de una póliza de seguros vehiculares, por lo que necesitan identificar los activos, evaluar y proteger las inversiones de los clientes y poder solventar los posibles reembolsos a los asegurados.

La póliza vehicular se puede presentar mediante el modelo de riesgo individual y colectivo y se pueden estimar los posibles riesgos mediante la probabilidad de ruina de la póliza de seguros vehiculares durante un periodo determinado

La presente tesis se elabora con el propósito de determinar el comportamiento de las pólizas de seguro mediante los modelos colectivos e individuales y determinar mediante los métodos de aproximación que permitan a estimar la probabilidad de ruina. De esta forma se da una alerta financiera negativa o positiva permitiendo mejorar los resultados financieros favorables de la empresa de seguros vehiculares y disminuir el riesgo de reembolso a futuro.

1.3 Justificación de la Investigación

En la actualidad el análisis de riesgo es fundamental para la administración y las finanzas modernas, por la apertura de mercados y la competencia globalizada de las empresas aseguradoras que su administración esta enfocado en dos factores importantes riesgo y rendimiento en tal sentido se estudia el riesgo y la probabilidad de ruina para atenuar o corregir la posibilidad de un bajo rendimiento financiero o tener un grado de riesgo de la empresa aseguradora de vehicular.
La justificación de la tesis se en enmarca en la teoría que se fundamenta en la estadística actuarial y en la posibilidad de sus aplicaciones teóricas y prácticas.

1.3.1 Justificación Teórica

El trabajo de investigación que se presenta se fundamenta en la teoría estadística actuarial, primero se justifica en la distribución Bernoulli y en el proceso de Poisson y la hipótesis básica es que el número de siniestros sigue un proceso estocástico en conjunto, y el proceso se ajusta específicamente en el modelo colectivo e individual.
Se puede estimar la probabilidad de ruina aplicando los métodos de aproximación de Lundberg y exponencial r ajustado.

1.3.2 Justificación Práctica

Las empresas financieras de seguros se preocupan por el estudio de las rentabilidades como el rendimiento de los activos y los factores de riesgo a partir de una póliza de seguro vehicular.
En la práctica el análisis de riesgo se inicia a partir del contrato de una póliza de seguro vehicular que consiste en determinar en monto de reclamo y el número de reclamos por siniestralidad estas variables tienen un tipo de distribución de probabilidad. Mediante los métodos de aproximación se encuentran los coeficientes de ajuste de tal manera que se puede encontrar las probabilidades de riesgo o ruina.
En la práctica los métodos de aproximación se ajustan a las variables "*reclamación y el monto*" los analistas financieros de seguros vehiculares primero calculan los rendimientos activos positivo y negativo para determinar la solidez financiera de la empresa, determinando que entre más alto sea el grado de apalancamiento, mayor es el nivel de riesgo. (Higuerey, 2006, p. 25)
La evaluación de riesgos involucra comparar los resultados de las estimaciones de probabilidad con otros métodos de aproximación que podría tener resultados diferentes durante un periodo y encontrar la sensibilidad del resultado de la probabilidad de riesgo.

1.4 Objetivos de la Investigación

1.4.1 Objetivo General

El objetivo de la investigación es describir los ingresos o primas y los pagos por cada reclamación de las pólizas de seguro vehicular siniestrados que se puede representar mediante los modelos colectivo e individual y estimar la probabilidad de ruina de la compañía de aseguradora a consecuencia de vehículos siniestrados que puede ser obtenidas mediante los métodos de aproximación de Lundberg y exponencial durante el primer trimestre del año 2018 en una compañía de seguros vehiculares en Lima.

1.4.2 Objetivos Específicos

E1: Describir las primas y los pagos por cada reclamación de las pólizas de seguro vehicular siniestrados que se puede representar mediante los modelos colectivo e individual.

E2: Estimar la probabilidad de ruina de la compañía de aseguradora a consecuencia de vehículos siniestrados que puede ser obtenidas mediante los métodos de aproximación de Lundberg y exponencial durante el primer trimestre.

1.5 Identificación de Variables

Variables a considerar en el Modelos colectivo y Modelo individual y la Probabilidad de Ruina de las aseguradoras en los siniestros vehiculares:

Variables

- Cj: Monto de reembolso por robo total (Siniestralidad)
- Dj: Número de reclamos por robo total (Siniestralidad)
- N: Número total de reclamos.
- Sexo: (f, m)
- Tipo de Seguro: (no tiene seguro, S. a terceros, S. total)
- Año del vehículo.
- Tipo de uso (p/t)

Variables de riesgo operativo

a.- Riesgos de fallas internas

- Liquidez (capital inicial)
- Recursos humanos (personal)
- Tecnología

b.- Riesgos de fallas externas

- Riesgo de mercado
- Riesgo de las bolsas de valores externas.

La identificación adecuada de riesgos operativos de tipo cualitativo
Y sus definiciones. (ver glosario)

CAPÌTULO II: MARCO TEORICO

2.1 Antecedentes de la Investigación

El presente proyecto de investigación se estudia el comportamiento de las reclamaciones y el monto, como variable aleatoria en la teoría de riesgo y su importancia en las empresas financieras y en las aseguradoras modernas como en las pólizas de seguros vehiculares, las aseguradoras se preocupan por el estudio de los resultados de los activos y la solvencia que puede tener la aseguradora a partir de que una persona compra la póliza de seguros.

las pólizas de seguros se pueden modelar mediante dos modelos matemáticos “modelo individual y modelo colectivo” y el grado de solvencia de la aseguradora vehicular y sus probabilidades de ruina llamado también teoría de ruina.

Los antecedentes que se investigo relacionado con la teoría de riesgo:

Antecedentes Internacionales

-Investigación que se presentó con el nombre “Medición y Control de Riesgo Financiera en Empresas del Sector Real” con el objetivo de medir y controlar los riesgos de los activos y pasivos de la empresa. Para optar el título de contador público, en la Pontificia Universidad Javeriana de la Facultad de Ciencias Económicas año 2014 – **Colombia-Bogotá**. presentado por Ávila Busto, Juan Carlos.

-Investigación que se presentó con el nombre “ teoría de valores extremos empleado en la gestión de riesgos financiero” con el objetivo de encontrar las fluctuaciones en la administración de las gestiones de riesgos en la industria. Para optar el titulo de ingeniero civil industrial, en la Universidad de Chile Facultad de Ciencias Físicas y Matemática Departamento de ingeniería industrial año 2011- Chile. Presentado por Cueva Rodríguez, Gabriel Ignacio.

Antecedentes Nacionales

- Investigación que se presentó con el nombre “Portafolios de inversión y sus efectos en la reducción de riesgo operativo y rentabilidad a nivel de seguros de vida” con el objetivo de estudiar la rentabilidad en los seguros de vida y el riesgo operativo en el portafolio de inversión, para optar el título de Economía en la Universidad de san Martín de Porres año 2014 presentado por Cavero Vargas, Lauralinda L.

- Investigación que se presentó con el nombre “Riesgo crediticio, riesgo país y actividad económica peruana 2011-2013” con el objetivo de estudiar los riesgos crediticios coyunturales en el país, para optar el título de economista en la Universidad Católica santo Toribio de Mogrovejo Escuela de Economía año 2016, presentado por Chozo Seclen, Viviana del Rosario.

La teoría de riesgo tiene muchas aplicaciones en la economía, administración y finanzas a través de las simulaciones.

2.2 Bases Teóricas

2.2.1 La Teoría de Riesgo

La teoría de riesgo se enmarca en la ciencia actuarial que puede entenderse como el conocimiento detallado de los “sistemas de seguridad financiera”
El análisis de riesgo está asociado a la teoría de la probabilidad de un evento adverso y sus consecuencias. El riesgo financiero se refiere a la probabilidad de ocurrencia de un evento que tenga consecuencias financieras negativas para una organización.

El concepto debe entenderse en sentido amplio, incluyendo la posibilidad de que los resultados financieros sean mayores o menores de los esperados.

Las posibilidades de que los inversores realicen apuestas financieras en contra del mercado, movimientos de éstos en una u otra dirección pueden generar tanto ganancias o pérdidas en función de la estrategia de inversión.

Gerber. (1979) define la Teoría de Riesgo como aquella rama de la Ciencia Actuarial que modela al negocio asegurador utilizando variables aleatorias para el número y monto de la póliza de los siniestros durante los periodos contractuales.

La teoría de la ruina se define como las fluctuaciones aleatorias en los resultados financieros del asegurador provocados por el número de importe de los asegurados en el momento cuando ocurra el siniestro. (Castañer, 2010, p. 58)

Cramér.(1930) da una definición que aclara su finalidad del objetivo de la Teoría de Riesgo es proporcionar un análisis matemático de las fluctuaciones aleatorias en los seguros y discutir los medios de protección contra sus efectos desfavorables.
(Rincón,2012, p. 117)

2.2.1.1 Teoría Clásica de Riesgo

La teoría de las matemáticas actuariales tiene entre sus precursores a Edmund Halley en 1693 quien relaciona la vida con la muerte e influye notablemente en la producción de las tablas de mortalidad o de vida en las compañías de seguro.

"Este fue uno de los primeros trabajos, si no el primero que en relaciona la mortalidad con edad en una población**.** Ese trabajo influyó notablemente en la futura producción de tablas de las compañías de corredores de seguros, que son las que se usan habitualmente para **e**valuar riesgos y calcular primas**.** (Hally E. 1693)"

Daniel Bernoulli, en 1738 presenta en "Specimen Theoriae Novae de Mensura Sortis", una hipótesis sobre la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre y

En 1940 John Von Neumann trabaja en las aplicaciones de la Teoría de Riesgo y de la Teoría de Juegos, abriendo un campo insospechadamente amplio de estudio en el que actualmente trabajan miles de especialistas de todo el mundo.

La teoría de juegos ha alcanzado un alto grado de sofisticación matemática y ha mostrado una gran versatilidad en la resolución de problemas de seguros.

Un hecho interesante es que la Teoría de Riesgo en gran parte fue desarrollándose ajena al desarrollo de la Teoría de Probabilidades. La Estadística Matemática explica esta situación observando que durante muchos años las únicas aplicaciones de la Teoría de Probabilidades eran en los juegos de azar y los seguros. En consecuencia, los actuarios formularon sus resultados como solución a problemas de seguros, sin tomarse la molestia de explicar el problema en forma general (Hernandez,1997, p. 4).

Así, conforme la Teoría de Probabilidades fue encontrando otras aplicaciones, resultó más sencillo redescubrir esos resultados que buscarlos en la literatura existente, donde permanecían encubiertos en el argot actuarial. (Hernandez,1997)

Es en 1909 cuando Bohlmann realiza una recopilación de los resultados más importantes de la Teoría de Riesgo encaminados a determinar las desviaciones producidas por las fluctuaciones aleatorias de las pólizas individuales. Hasta ese momento el comportamiento del portafolio de pólizas se consideraba como la suma de los resultados de cada póliza en forma individual. “Este enfoque es conocido actualmente como modelo de riesgo individual”

La teoría así planteada asumía que la situación financiera de una aseguradora podía describirse completamente por una distribución de probabilidades ***F(X-P)*** donde ***X*** representa los pagos por reclamaciones y ***P*** las reservas disponibles para los pagos.

En el mundo real la distribución de probabilidades de *X-P* cambia día a día: las primas son pagadas, igualmente las reclamaciones, los contratos expiran y esto implicaría una revisión diaria de la situación de la aseguradora para adaptar la distribución de probabilidad que corresponda y a las nuevas condiciones, lo cual en la práctica no es posible, menos aún deseable - surgiendo la necesidad de modelos alternativos.
(Hernandez,1997, p. 5).

2.2.1.2 Teoría Moderna de Portafolios

El estudio sistemático de la diversificación del riesgo surgió hace relativamente poco tiempo. Apenas en la década de 1950, Harry M. Markowitz comenzó el estudio disciplinado de la forma en la que un inversionista selecciona los instrumentos en los que invierte sus recursos dado un perfil de rendimiento y riesgo.

La " Teoría Moderna de Portafolio" TMP propone una diversificación eficiente, esto es, la combinación de instrumentos de inversión que tengan poca relación entre sí en un portafolio de inversiones, de modo que se reduzca el riesgo al mínimo posible sin alterar el rendimiento esperado; o bien, que se maximice el rendimiento esperado sin incrementar el riesgo. (Villarreal,2008)

El riesgo de una inversión tiene dos componentes:

(1) el riesgo específico (o diversificable) que es exclusivo de cada instrumento

(2) el riesgo de mercado (o no diversificable) que proviene de las variaciones de mercado en su conjunto y que afecta – en mayor o menor medida – a todos los activos.

Factores tales como la naturaleza del negocio del emisor, su nivel de endeudamiento o la liquidez en el mercado de sus acciones son ejemplos de fuentes del riesgo diversificable.

Por otra parte, las fuentes de riesgo no diversificable pueden ser factores de mercado como la inflación, la situación económica general y las tasas de interés. Todos estos factores afectan a todos los activos. Un inversionista está en posibilidades de eliminar el riesgo específico manteniendo un portafolio bien diversificado, sin tener que sacrificar sus rendimientos esperados. Sin embargo, el inversionista no puede reducir el riesgo de mercado, ya que este afecta a todos los instrumentos dentro del portafolio de una forma u otra y en diferentes grados. (Villarreal,2008, p. 50)

2.2.1.3 Teoría de Riesgo Colectivo

Desde el punto de vista de una empresa aseguradora, considérese una cartera conformada por un número no especificado de pólizas observadas en conjunto, sin distinguir una de otra.

Por ejemplo, desde la perspectiva de una industria y un número no de maquinarias homogéneas en su producción en el tiempo pueden ser expuestas a una misma amenaza o peligro en los resultados y perdidas de algo, estas consecuencias como resultado se considera una variable aleatorias e independientes Se le conoce como el "Modelo de Riesgo Colectivo". (Escalante,2004, p. 4)

Su creador fue Filip Lundberg, quien en 1903 presentó en la Universidad de Uppsala los elementos de su modelo. El planteamiento completo de su teoría se presentó en el Congreso Internacional de Actuarios de Viena en 1909. partir de ahí entonces fue desarrollada por un grupo relativamente pequeño de actuarios, principalmente escandinavos.

Para la formulación de su teoría, Lundberg empleó procesos estocásticos en tiempo continuo unos treinta años antes de que este concepto fuera rigurosamente estudiando por Bachelier para reforzar su investigación sobre la teoría de la matemática financiera (Hernández,1997, p. 5)

La "Probabilidad de Ruina" surge como una medida sobre el grado de fluctuación de la solvencia de la aseguradora: indica la factibilidad de que las reservas que constituyen la compañía sean insuficientes para afrontar las obligaciones derivadas de sus contratos.
Esta prometedora teoría, prácticamente olvidada por veinte años, fue explotada intensivamente por los actuarios escandinavos entre los años treinta y cincuenta, concentrando sus investigaciones a las distribuciones de frecuencias y monto de las reclamaciones, así como a la obtención de la "probabilidad de ruina eventual".
Sin embargo, los impresionantes resultados obtenidos con este enfoque no han tenido la aplicabilidad que se esperaba, pese al análisis profundo de los fundamentos del seguro. (Hernández,1997, p. 6)

“La cantidad de cálculos necesarios para obtener parámetros de riesgo como la probabilidad de ruina, la pérdida máxima probable, determinación de contratos óptimos de reaseguro, entre otros procedimientos, se presentaron en una época en la que no existían los medios para realizarlos. La alternativa de las aproximaciones carecía en ocasiones tanto de límites de confianza bien definidos como de supuestos que pudieran verificarse en la práctica”. (Hernández,1997, p. 7)

Por otro lado, era evidente que el uso de un sólo número (como la probabilidad de ruina) no podría dar una descripción completa de la situación real de la compañía, más aún si la estimación de los parámetros del modelo presentaba gran sensibilidad ante el uso de información proveniente de los archivos de la empresa.

2.2.1.4 Teoría Moderna de selección de carteras

La teoría moderna de selección de cartera es una teoría de inversión que estudia como maximizar el retorno y minimizar el riesgo, mediante una adecuada elección de los componentes de una cartera de valores. Originada por Harry Markowitz, autor de un artículo sobre selección de cartera publicado en 1952, la teoría moderna de la selección de cartera (modern portfolio theory) propone que el inversor debe abordar la cartera como un todo, estudiando las características de riesgo y retorno global, en lugar de escoger valores individuales en virtud del retorno esperado de cada valor en particular.

La teoría de selección de cartera toma en consideración el retorno esperado a largo plazo y la volatilidad esperada en el corto plazo. (Cobo,2000, p, 3)

La volatilidad se trata como un factor de riesgo, y la cartera se conforma en virtud de la tolerancia al riesgo de cada inversor en particular, y ver la trayectoria al máximo nivel de retorno disponible para minimizar el nivel de riesgo.

En su modelo, Markowitz establece que los inversionistas tienen una conducta racional a la hora de seleccionar su cartera de inversión y por lo tanto siempre buscan obtener la máxima rentabilidad sin tener que asumir un elevado nivel de riesgo y nos muestra también como hacer una cartera óptima disminuyendo el riesgo de manera que el rendimiento no se vea afectado. (Cobo, 2000,p, 4)

Para poder integrar una cartera de inversión equilibrada lo más importante es la diversificación ya que de esta forma se reduce la variación de los precios, la idea de la cartera es entonces diversificar las inversiones en diferentes mercados y plazos para así disminuir las fluctuaciones en la rentabilidad total de la cartera y por lo tanto también del riesgo.

Se realiza análisis en el marco del modelo desarrollado por Markowitz en 1952, Modern Portfolio Theory (MPT), el cual se muestra la manera de lograr el máximo rendimiento posible de un portafolio dado un nivel determinado de riesgo, e indica las ventajas de una apropiada diversificación del portafolio. (Mejía,2002 p. 1)

en la última década del siglo XX, en la economía de Colombia se aplica esta teoría de Markowitz con variaciones importantes en el desempeño económico del país, y al mismo tiempo, con cambios notables en la importancia e institucionalidad del mercado de valores. No obstante, lo anterior, el mercado de valores colombiano continúa caracterizándose por su precariedad. En efecto, la capitalización global del mercado representa únicamente el 13% del PIB, muy por debajo del nivel de otros países latinoamericanos. (Mejía,2002, p. 2)

2.3 Principios Para el Cálculo de Primas

2.3.1 Introducción

La cobertura de un riesgo por parte de una compañía aseguradora se establece con la garantía de un contrato llamado póliza y se exige al asegurado pagar un precio llamado prima y se introducen los diferentes sistemas de tarificación por su complejidad, específicamente en seguro vehiculares llamado seguros no- vida, donde se estudia las características de cada póliza, así como el sistema de tarifación comúnmente empleado en Europa en el sector automovilístico, el llamado sistema bonus –malus. Ajustar una prima como una suma convexa de la prima que debería pagar un asegurado de acuerdo a su experiencia personal y la que debería pagar por pertenecer a un colectivo (la cartera) con unas características peculiares, forma parte del atractivo escenario en la ciencia actuarial denominado teoría de la credibilidad.

2.4.2 Teoría de Credibilidad

Introducción a la teoría de la credibilidad "La palabra credibilidad tiene su origen en la actuaría como una medida de la creencia que el Actuario atribuye a una posible experiencia con la finalidad de tarificar" en este caso con "tarificar" se refiere a la determinación de las primas.

La teoría de la credibilidad fue diseñada para hacer frente a los problemas de heterogeneidad que existen en las carteras, esto es, se trata de cobrar lo justo para cada cliente de acuerdo al riesgo que éste represente. Es lógico pensar que al determinar primas, lo mejor que puede hacerse es buscar un valor que se encuentre entre lo que dice la experiencia particular del asegurado y la experiencia de la cartera o portafolio, o sea el comportamiento del portafolio de riesgos, por ejemplo, a una flota de vehículos que no tiene historial de siniestros no podría asignársele una prima cero, no obstante a otra flota que tuvo muchos reclamos sería también injusto penalizarla con una prima más alta tomando como referencia su experiencia particular.

(Moreno,2003, p,30)

2.3.3 Definición de Prima

La prima de seguros es el precio del seguro, es decir, el precio que el asegurado paga por la cobertura que recibe del riesgo asegurado a su compañía de seguros. De esta manera, la compañía de seguros al cobrar la prima se ve obligado a cumplir con las coberturas estipuladas en la póliza del seguro.

Cabe destacar que la cantidad de la prima depende del tipo de riesgo asegurado y es fijada de antemano por la compañía de seguros. Además, el precio de la prima deberá ser suficiente para que la aseguradora pueda hacer frente a los siniestros asegurados. Por otro lado, el precio de la prima también dependerá de la duración del contrato y del límite que se haya puesto a la indemnización por el riesgo asegurado.

El tipo de prima a considerar:

Prima fija: La cantidad a pagar permanece constante durante la vigencia de la póliza de seguro, es el tipo de prima más habitual, debiéndose satisfacer al principio del período de cobertura del riesgo.

El cálculo de la prima: base del seguro de coche (o lo que se denomina desde un punto de vista más técnico, la prima pura), se calcula multiplicando la probabilidad de ocurrencia de un siniestro por el coste medio del siniestro. Para entender mejor, se explicará por separado, como se calcula cada uno de estos conceptos.

Las probabilidades de ocurrencia: se obtienen dividiendo el número de siniestros ocurridos en un período entre el número de vehículos expuestos al riesgo.

Este concepto desde un punto de vista más técnico se llama frecuencia siniestral y es el porcentaje de vehículos que han sufrido un robo sobre el total de la cartera de pólizas de seguros de vehículos que tiene una aseguradora.

Cálculo de la prima usando el enfoque Probabilidad frecuentista:

1) $\text{Probabilidad} = \frac{n^\circ \text{ siniestros}}{n^\circ \text{ asegurados}}$

2) $\text{Coste medio} = \frac{\text{Coste de los siniestros}}{n^\circ \text{ de siniestros}}$

3) $\text{Prima} = \frac{\text{Probabilidad}}{\text{Coste medio}}$

2.4 Modelo Riesgo Individual y Riesgo Colectivo

2.4.1 Introducción a Riesgos Individuales

En términos generales el concepto de ***riesgo*** se refiere a la incertidumbre producida en el rendimiento de una inversión, identificar los tipos de riesgos y ponderarlo en base a las consecuencias derivada de los sucesos y representarla mediante modelos matemáticos.
La perspectiva de riesgo individual y la colectiva para modelar el riesgo correspondiente al conjunto de reclamaciones que afronta una compañía aseguradora.
En general, los riesgos pueden tener un sentido positivo o negativo, y por tanto no se trata necesariamente de evitarlos o de protegerse contra ellos. Se trata, en términos generales, de la identificación del riesgo, de ponderarlos con sus consecuencias, de decidir la aceptación o no de los mismos, y de tomar provecho de su existencia. En consecuencia, de incertidumbres. (Rincón, 2012, p. 4)

El riesgo se evalúa mediante la medición de los dos parámetros que lo determinan la magnitud de la pérdida o daño posible "***L***" y la probabilidad " ***p***" que dicha perdida o daño llegue a ocurrir, implica necesariamente consecuencias no deseadas que enfrentar pero también abrir oportunidades nuevas ideas y soluciones.
Por Ejemplo, el comprar un boleto de lotería " la tinka" conlleva al riesgo de perder el importe pagado por el boleto y al mismo la posibilidad de ganar una gran cantidad de dinero.

En **ingeniería,** por ejemplo, puede definirse el riesgo como el producto de la probabilidad de que un evento (generalmente no deseable) ocurra y el daño esperado debido a la ocurrencia del evento, es decir. **Riesgo = (Probabilidad de un accidente) x (Daños como consecuencia del accidente).** (Castañer, 2010, p. 8)

En **finanzas,** puede definirse el riesgo en términos de la variación o volatilidad de una inversión en general, se considera que una inversión en la bolsa de valores. (tasa de interés variable) es más riesgosa comparada con una inversión en un banco con tasa de interés fija. (Castañer, 2010, p. 9)

Finalmente, en seguros el riesgo puede definirse como el monto de las reclamaciones parciales o totales de los asegurados. Se estudiará a continuación con más detalle estos casos, principalmente los modelos matemáticos que están dirigidos a los tipos de seguros que existen.

En general la forma en la que opera un seguro es la siguiente:

Un grupo de personas reconocen que están expuestas a sufrir algún tipo de siniestro en sus bienes o en su persona y que dichos siniestros pueden causarles consecuencias irreparables como la pérdida de sus bienes y vidas, con consecuencias económicas considerables. Al contratar un seguro (firmar una póliza de seguro) y cada una de estas personas paga por adelantado una cantidad de dinero (generalmente pequeña) llamada prima a una compañía aseguradora, quien se compromete a resarcir monetariamente a todas aquellas personas aseguradas que sufrieron algún siniestro durante el tiempo de vigencia del seguro y según lo pactado en la póliza del seguro. (Castañer, 2010, p. 30)

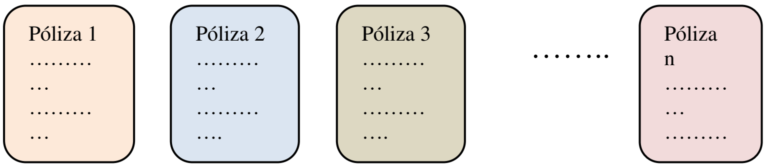
De esta manera, aunque no se conozca de manera individual exactamente a las personas que sufrirán un siniestro, el capital obtenido de manera colectiva debe ser suficiente para solventar los gastos de los siniestros que se presenten.

Bajo este mecanismo las pérdidas económicas del colectivo se distribuyen en todos y cada uno de los individuos asegurados logrando así garantizar la sobrevivencia financiera de cada uno de ellos, en otras palabras, mediante el contrato de un seguro se logra disminuir los daños económicos de aquellas personas que tuvieron la mala fortuna de sufrir un siniestro.

Naturalmente, para que tal mecanismo de asistencia colectiva sea factible y es necesario que el número de asegurados cumpla con cada cláusula del contrato que se establezcan con características de precisión correspondiente a los siniestros a considerar. Es claro también que bajo este esquema general, tanto el número de siniestros como el monto de las reclamaciones efectuadas son variables desconocidas, y que los modelos de la teoría de la probabilidad podrían ser de gran ayuda al respecto. (Castañer, 2010, p. 36)

2.5 Modelo de Riesgo individual

Suponga que se tiene un portafolio de " n " pólizas individuales de seguros validas por un periodo (t) como se muestra en la Figura:



Sea " p_j " la probabilidad de que el j-ésimo asegurado **no** realice una reclamación durante el tiempo de vigencia del seguro y sea "q_j" la probabilidad de que se observe exactamente una reclamación.

Suponga que la igualdad $p_j + q_j = 1$ se cumple, ello significa que no puede haber más de una reclamación por cada asegurado. Tal situación corresponde, a los seguros de vida y "D_j" se define como la variable aleatoria.

$$D_j = \begin{cases} 1 & \text{si hay una reclamación en la póliza j,} \\ 0 & \text{no hay reclamación en la póliza j.} \end{cases}$$

Claramente D_j tiene distribución **Bernoulli** con parámetro "q_j" y el número total de reclamaciones está dado por la variable aleatoria $N = D_1 + \ldots + D_N$. Ahora suponga que cada póliza efectúa una reclamación, y sea la variable aleatoria $C_j > 0$ el monto de la reclamación efectuada por la póliza j. (Rincón, 2012, p. 6)

Los siniestros pueden presentarse con características distintas y ello puede derivar en distintos **montos de reclamación**, consideremos de manera general a "C_j" como una variable aleatoria.
La letra " C " proviene del término en ingles "claim" que se traduce al español como *reclamación*.

La reclamación asociadas al monto de las reclamaciones de la póliza j está dada por el producto

$$D_j C_j = \begin{cases} C_j & si \quad D_j = 1, \\ 0 & si \quad D_j = 0. \end{cases} \qquad (1)$$

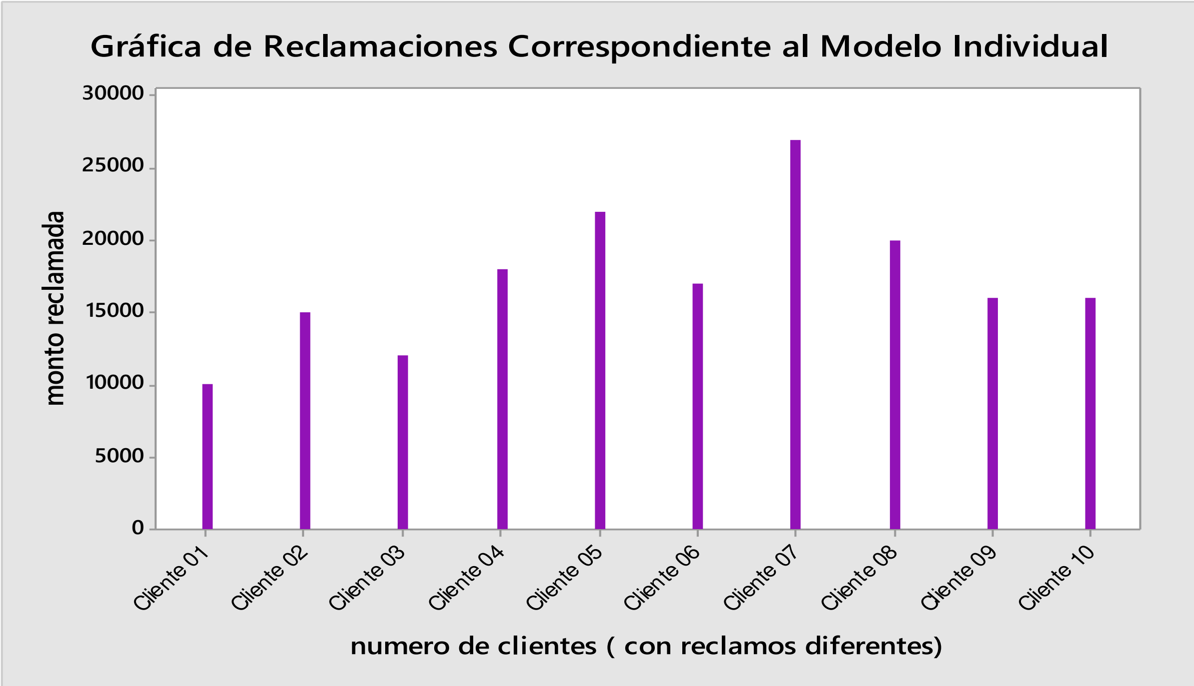
Observe que esta variable aleatoria puede ser mixta es decir discreta o continua, de esta forma se considera como datos en este modelo la colección de vectores aleatorios: $(D_1, C_1), \ldots (D_n, C_n)$, se supone independencia en cada.

Definición 2.5.1 El monto de reclamaciones agregadas, o también llamado agregado de reclamaciones, en el modelo individual, es la variable aleatoria:

$$S_I = \sum_{j=1}^{n} D_j * C_j \qquad (2)$$

Esta variable es el monto que afronta una compañía aseguradora por concepto de reclamaciones durante el periodo completo del seguro. La ecuación (2) representa el ***modelo individual*** para una póliza de seguros de las características señaladas donde el modelo tiene este nombre pues supone conocer las probabilidades de reclamación y posible monto de reclamación de todos y cada uno de los asegurados de manera individual. (Rincón, 2012, p. 7)

La figura siguiente muestra el comportamiento de las reclamaciones durante un periodo dado.



Fuente: Elaboración propia

Figura-01

En la figura-01 se observa cada reclamo de clientes son diferentes en el tiempo, que puede ser un monto mayor o menor de reclamo y en cualquier momento del día en consecuencia los reclamos son independiente durante el tiempo de contrato de la póliza de seguros.

Puede significar que un robo ocurre en cualquier momento y de mayor o menor magnitud económica.

Desde el punto de vista matemático, la teoría de riesgo es un proceso estocástico S_I.

Sí $F_j(x)$ es denota la función de distribución de probabilidad del producto D_jC_j, entonces la función de distribución $F(x)$ del riesgo S_I adquiere la siguiente expresión en términos de convoluciones**:** $F(x) = (F_1 *\ldots* F_n)(x)$. Esta expresión compacta, donde la distribución de probabilidad de S_I. Donde se representan a continuación algunas características de la distribución.

Proposición. 2.5.1 el producto $D_jC_j$son variables aleatorias con reclamaciones independientes, De acuerdo a la definición del modelo individual en (2.5)

En consecuencia, cada reclamo es independiente bajo esta suposición se tienen los siguientes resultados.

1. $F_j(x) = 1 + q_j(G_j(x) - 1)$, para $x \geq 0$

2. $M_{D_jC_j}(t) = 1 + q_j(M_{Cj}(t) - 1)$

La función generadora de momento de las variables D_jC_j

3.$M_S(t) = \prod_{j=1}^{n}\left[1 + q_j\left(M_{C_j}(t) - 1\right)\right]$

función generadora de momento de la variable S_I

4.$E(S_I) = \sum_{j=1}^{n} q_jE(C_j)$, donde *E(Cj,)*

Es la esperanza matemática de cualquier reclamo

5. $Var(S_I) = \sum_{j=1}^{n}[q_j * \left(var(C_j) + q_j * p_j * E^2(C_j)\right)]$

Varianza del modelo individual

Demostración.

1. Para cualquier número real $x \geq 0$,

$$F_j(x) = P(D_jC_j \leq x)$$
$$= P(D_jC_j \leq x/D_j = 0)P(D_j = 0) + P(D_jC_j \leq x/D_j = 1)P(D_j = 1)$$
$$= P(0 \leq x/D_j = 0)p_j + P(C_j \leq x/D_j = 1)P_j$$
$$= p_j + q_jG_j(x)$$
$$= 1 + q_j\big(G_j(x) - 1\big).$$

2. Se tiene para la función generadora de momento de la variable C$_j$D$_j$

$$M_{D_jC_j}(t) = E(e^{tD_jC_j})$$
$$= E(e^{tD_jC_j} \backslash D_j = 0)P(D_j = 0) + E(e^{tD_jC_j} \backslash D_j = 1)P(D_j = 1)$$
$$= p_j + q_jM_{C_j}(t)$$
$$= 1 + q_j\left(M_{C_j}(t) - 1\right)$$

Esta igualdad es mutuamente excluyente e independencia.

3) Nuevamente por independencia de la proposición. 2.5.1

$$E(S) = \sum_{j=1}^{n} E(D_jC_j) = \sum_{j=1}^{n} E(D_j)E(C_j) = \sum_{j=1}^{n} q_jE(C_j)$$

4) Primeramente, se tiene que $E(D_iC_i) = q_iE(C_i)$ y $E(D^2{}_iC^2{}_i) = q_iE(C^2{}_i)$

Donde $E(S^2) = E(D^2{}_j * C^2{}_j) = E(D^2{}_j) * E(C^2{}_j) = q_j * E(C^2{}_j)$

Entonces:

$$
\begin{aligned}
Var(D_jC_j) &= q_jE(C_j^2) - q_j^2E^2(C_j) \\
&= q_j\left[Var(C_j) + E^2(C_j)\right] - q_j^2E^2(C_j) \\
&= q_iVar(C_i) + q_ip_iE^2(C_i)
\end{aligned}
$$

Por tanto se tiene la varianza individual (Rincón, 2012, p. 10)

$$
\begin{aligned}
Var(S_I) &= \sum_{j=1}^{n} Var(D_j * C_j) \\
&= \sum_{j=1}^{n}\left[q_j * (Var(C_j) + q_j * p_j * E^2(C_j)\right]
\end{aligned}
$$

Varianza del modelo individual (Rincón, 2012, p. 10)

2.5 Tabla y Formula de Pril

"Se presenta la siguiente la tabla de Pril. donde este resultado fue demostrado por Nelson de Pril en 1986 y proporciona una expresión exacta, aunque recursiva de la distribución de probabilidad de riesgo en el **modelo individual.**"

"La fórmula es bastante general, aunque presupone que las reclamaciones toman los valores en el conjunto $\{1,2,\ldots\}$. Este supuesto no es realmente una restricción fuerte pues en la práctica el pago de siniestro se realiza siempre usando alguna unidad monetaria. (Rincón, 2012, p. 11)"

La tabla muestra las observaciones de las pólizas:

$$n = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} n_{ij}$$

Tabla – 01 de número de asegurados con probabilidad de reclamaciones q_j y monto de reclamaciones i

		Probabilidad de Reclamaciones				
Monto de reclamaciones		$\mathbf{q_1}$	$\mathbf{q_2}$	**……..**	$\mathbf{q_j}$	**………**
	1	n_{11}	n_{12}	…….	…….	…….
	2	n_{21}	n_{22}	……	…….	…….
	i	……	……	nij	…….	…….
	……	……	……	……	……	……
	I	……	……	……	n_{IJ}	……

Fuente: Elaboración propia

Teorema de Fórmula de Pril. Sea n_{ij} el número de pólizas de seguros donde se supone que $j = 1,2,\ldots,J$, $i = 1,2,\ldots,I$. Entonces las probabilidades de $g(r) = P(S = r)$, están dadas por:

(Rincón, 2012, p. 12)

Dónde: r es unidad monetaria de reclamaciones

$$q(r) = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r^{I}}\sum_{k=1}^{[r/i]} g(r-ik)\,h(i,k), \text{ para } r \geq 1$$

$$g(0) = \prod_{i=1}^{I}\prod_{j=1}^{J}\left(1-q_j\right)^{n_{ij}}.$$

.

Donde los primeros términos de la fórmula recursiva "de Pril" aparecen a

En la expresión:

$$g(1) = g(0)h(1,1)$$

$$g(2) = \frac{1}{2}\{g(0)[h(1,2) + h(2,1)] + g(1)h(1,1)\}$$

$$g(3) = \frac{1}{3}\{g(0)[h(1,3) + h(3,1)] + g(1)[h(1,2) + h(2,1)] + g(2)h(1,1)\}$$

Es una función generadora de probabilidad para cada instante de riesgo o reclamo.

2.7 Modelo de Riesgo Colectivo

"En el modelo de riesgo colectivo se describir como el proceso de riesgo sin considerar las características de las pólizas individuales, si no, en conjunto de pólizas Llamado "portafolios" como un todo es decir se presta atención solamente al número de reclamaciones y el tiempo de ocurrencia de las mismas, sin tomar en cuenta las pólizas particulares de las cuales proviene. Este enfoque ha resultado ser sumamente fructífero siempre y cuando el portafolio (conjunto homogéneo de pólizas) sea definido apropiadamente. (Rincon,2012 p.15)"

En la formulación del modelo colectivo se comienza por establecer una serie de suposiciones sobre el proceso estocástico que rige el comportamiento del colectivo.

i) "Eventos que ocurren en dos intervalos de tiempo disjuntos (ajenos) son independientes (independencia de incrementos) por ejemplo, en el caso de seguros contra accidentes automovilísticos esta suposición significa que los accidentes que ocurran en este año no afectan la ocurrencia de accidentes durante el próximo año."

ii) " Las probabilidades de que ocurra cualquier evento en un intervalo de tiempo (t_1, t_2) depende solamente de la longitud del intervalo $t = t_2 - t_1$ el valor inicial t_1 (se incrementa sustancialmente), esto es la probabilidad de que ocurran n accidentes en un año no es lo mismo año tras año."

iii) La probabilidad de que ocurran dos a mas suceso al mismo tiempo es cero. lo mismo vale para la probabilidad que un número infinito de eventos ocurran en un intervalo.

El modelo de riesgo colectivo considera las variables positivas $Y_1, \ldots, Y_N$ que representan montos de reclamaciones son diferentes (Rincón, 2012, p. 15)
como se observa en la figura-02.
La definición y el comportamiento aleatorio acumulado se muestra.

Definición 2.7.1. Los montos acumulados de todas las reclamaciones realizadas es las variables aleatorias Sc, denominado la suma de riesgo se considera modelo colectivo
y se definida como sigue:

$$S_C = \sum_{j=1}^{N} Y_j \qquad (3)$$

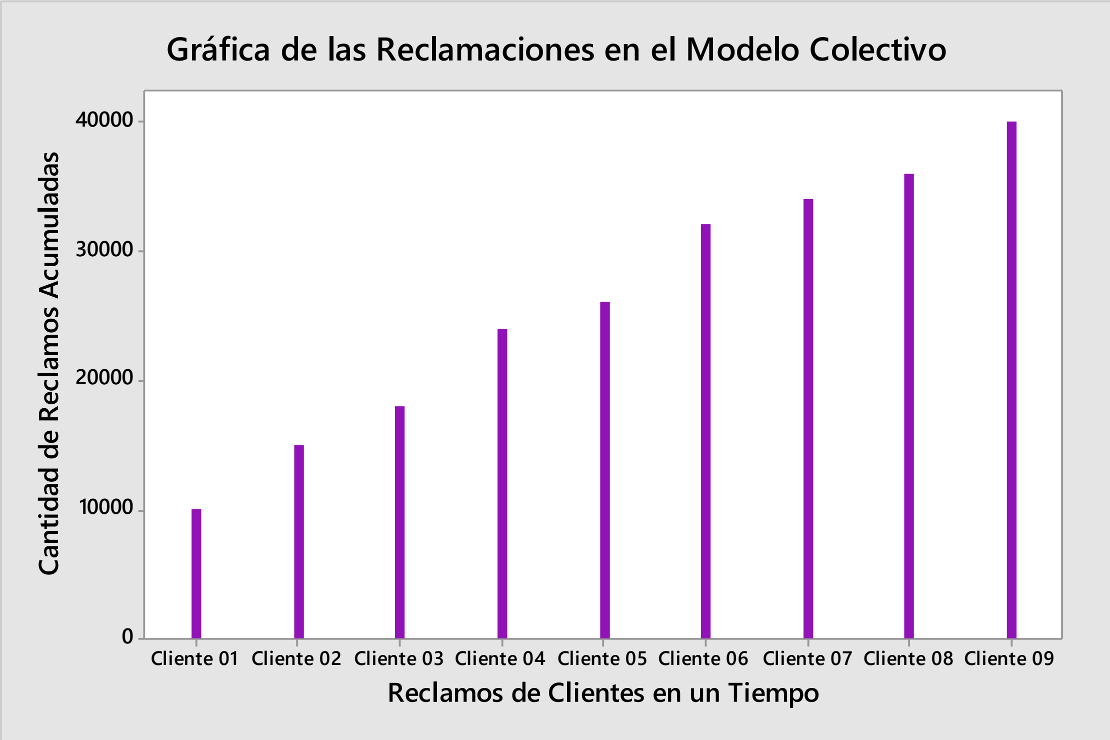
Y_j : número las reclamaciones
N: monto de las reclamaciones

La suma es también una variable aleatoria. Donde el modelo colectivo estudia las características del riesgo acumulado y es más utilizado en análisis de relación de
costo – beneficio.
En la ecuación (3) cuando **N = 0** no existen reclamos.

"las reclamaciones colectivas ***Sc*** puede ser variable aleatoria mixta, es decir, no ser discreta ni continua, pues cuando los montos de las reclamaciones Y son variables continuas en los intervalos $(0, \infty)$."

La ecuación (3) representa un **modelo colectivo** donde tienen la forma de una gráfica escalonada de tipo acumulativa como se muestra en la figura-02
(Rincón, 2012, p. 16)

Monto acumulado de todas las reclamaciones efectuadas durante un periodo de tiempo que se muestra en la fogura-02 y representada por la ecuación - 03



Fuente: Elaboración propia

Figura – 02

La distribución de cada reclamación **Y** denotado $u_n = E(Y^n)$, en particular se escribe $u_1 = E(Y)$

"El problema central es encontrar la distribución de probabilidad de Sc , la cual depende de la distribución de las variables aleatorias ***Y*** y de ***N***.

Un primer resultado general al respecto es el que aparece a continuación. Antes de enunciarlo recordaremos que la convolución de una función de distribución."

G este dado por:

$$G^{*0}(x) = \begin{cases} 1 & si \quad x \geq 0 \\ 0 & si \quad x < 0 \end{cases}$$

Proposición 2.7.1 La distribución de las reclamaciones de riesgo S_c en el modelo colectivo está dada por:

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} G^{*n}(x)P(N = n)$$

Demostración.

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} P(Sc \leq x \backslash N = n)P(N = n)$$

$$= P(Sc \leq x \backslash N = 0)P(N = 0) + \sum_{n=1}^{\infty} P(Y_1 + \ldots + Y_n \leq x)P(N = n)$$

$$= G^{*0}(x)P(N = 0) + \sum_{n=1}^{\infty} G^{*n}(x)\, P(N = n)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} G^{*n}(x)P(N = n)$$

Este resultado vendría a ser la distribución del riesgo para el modelo colectivo $\boldsymbol{Sc}$ (Rincón, 2012, p. 19)

Proposición 2.7.2 “ El modelo colectivo ***Sc*** tiene las siguientes propiedades.”

1. $E(Sc) = E(N)E(Y)$

2. $E(S_c^2) = E(N)E(Y^2) + E(N(N-1))E^2(Y)$

3. $Var(Sc) = Var(N)E^2(Y) + Var(Y)E(N)$

Demostración.

1. Sea la variable ***N***, iniciándose en el valor 0 es cuando no reclama y el valor 1 es cuando si reclama.

$$E(Sc) = \sum_{n=0}^{\infty} E\left(\sum_{j=1}^{N} Y_j / N = n\right) P(N = n)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} E\left(\sum_{j=1}^{n} Y_j / N = n\right) P(N = n)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} nE(Y)\, P(N = n)$$

$$= E(N)E(Y).$$

2. Nuevamente condicionando sobre el valor de ***N***

$$E(S_C^2) = \sum_{n=0}^{\infty} E\left(\left(\sum_{j=1}^{N} Y_j\right)^2 \backslash N = n\right) P(N = n)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} E\left(\left(\sum_{j=1}^{n} Y_j\right)^2 \backslash N = n\right) P(N = n)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} E\left(\left(\sum_{j=1}^{n} Y_j\right)^2\right) P(N = n)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \left[\sum_{j=1}^{n} E(Y_i)^2 + \sum_{\substack{j,k=1 \\ j \neq k}}^{n} E(Y_j Y_k)\right] P(N = n)$$

$$= \sum_{=0}^{n} nE(Y_j)^2 P(N = n) + \sum_{n=2}^{n} (n(n-1))\, E(Y_j)^2 P(N = n)$$

3. Por las fórmulas anteriores.

$$Var(S_c) = E(S_c^2) + E^2(S_c)$$

$$= E(N)E(Y^2)E(N(N-1))E^2(Y) - E^2(N)E^2(Y)$$

$$= E(N)[E(Y^2) - E^2(Y)] + [E(N^2) - E^2(N)]E^2(Y)$$

$$= E(N)Var(Y) + Var(N)E^2(Y).$$

La varianza del modelo colectivo está dada por la esperanza del número de reclamaciones multiplicado por la varianza del monto suma por la varianza del número de reclamaciones multiplicado al cuadrado de la esperanza del monto. Es decir, está dada por la Esperanza del monto y la variación reclamada.

2.8 Modelo de Poisson Compuesto

Definición, Sea el número de reclamaciones ***N*** y tiene distribución de Poisson, se dice que el riesgo S_c tiene una **distribución Poisson compuesta** Sc ~ Poisson compuesto (λ) (Rincón, 2012, p. 22)

Proposición 2.8.1 Si ***N*** tiene una distribución Poisson (λ), entonces se cumple:

a) Para x = 0,1,2,3…….

$$P(N = x) = \frac{e^{\lambda} * \lambda^{x}}{x!}$$

b) E(N) = λ

c) E(N2) = λ + λ^2

d) E(N(N-1)) = λ^2

e) Var (N) = λ

f) MN(t) = exp(λ(e^t-1))

Estas expresiones son consecuencias de las fórmulas de que ***N*** tiene distribución de Poisson (λ), entonces $E(N) = \lambda$, $Var(N) = \lambda$. A partir de los resultados se puede calcular las probabilidades.

Proposición 2.8.2 "Sea S_c el modelo colectivo Poisson compuesto asociado individual S_I Entonces."

1. $E(Sc) = \sum_{j=1}^{n} q_j E(C_j)$
2. $Var(Sc) = \sum_{j=1}^{n} q_j [Var(C_j) + E^2(C_j)]$
3. $E(Y^k) = \sum_{j=1}^{n} \frac{q_j}{\lambda} E(C_j^k)$
4. $M_Y(t) = \sum_{j=1}^{n} \frac{q_j}{\lambda} M_{C_j}(t)$

Las expresiones siguen directamente los resultados del modelo poisson compuesto. S_C se obtiene mediante la aplicación de la integral de Riemann- Stieltjes.

$$E(Y^k) = \int_0^\infty y^x dG(y) = \sum_{j=1}^{n} \frac{q_j}{\lambda} \int_0^\infty y^x dG_j(y) = \sum_{j=1}^{n} \frac{q_j}{\lambda} E(C_j^k)$$

A modo de comparación se tiene:

$E(S_I) = E(Sc)$

Mientras la varianza del modelo individual es inferior a la varianza del modelo

Colectivo

$Var(S_I) \leq Var(Sc)$

La varianza del modelo colectivo es una distribución acumulada en consecuencia la varianza es mayor a del modelo individual.

2.8.3 Modelo Poisson Compuesto con Varios Tipos de Riesgo.

Proposición 2.8.3 "Sean S_1 y S_2 dos riesgos independientes con distribución Poisson compuesta con parámetros λ_1 y λ_2, y reclamaciones $Y_{(1)}$ y $Y_{(2)}$ con función de distribución $G_1(x)$ y $G_2(x)$ respectivamente. (Rincón,2012, p. 26)

Entonces los riesgos $S = S_1 + S_2$ también sigue la distribución de Poisson compuesta con parámetros $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$, y las reclamaciones tienen función de distribución."

$$G(x) = \frac{\lambda_1}{\lambda} G_1(x) + \frac{\lambda_2}{\lambda} G_2(x)$$

Demostración. Por independencia de los modelos S_1 y S_2 se tiene que:

$$\begin{aligned} M_{S_1+S_2}(t) &= M_{S_1}(t) M_{S_2}(t) \\ &= exp\left[\lambda\left(\frac{\lambda_1}{\lambda} M_{Y_{(1)}}(t) + \frac{\lambda_2}{\lambda} M_{Y_{(2)}}(t) - 1\right)\right] \\ &= exp\left[\lambda_1(M_{Y_{(1)}}(t) - 1\right] exp\left[\lambda_2(M_{Y_{(2)}}(t) - 1\right] \end{aligned}$$

En donde $\frac{\lambda_1}{\lambda} M_{Y_{(1)}}(t) + \frac{\lambda_2}{\lambda} M_{Y_{(2)}}(t)$

Y la función $G(x) = \frac{\lambda_1}{\lambda} G_1(x) + \frac{\lambda_2}{\lambda} G_2(x)$.

El resultado anterior puede extenderse fácilmente a los casos más generales

$S = S_1 + \ldots + S_n$. Sucesivamente.

2.9 Métodos de Aproximación Normal

Aproximación Normal

Si la distribución de probabilidad del número de reclamaciones N se concentra mayormente en valores grandes, entonces el teorema central del límite sugiere aproximar la distribución del riesgo S mediante la distribución normal.

Suponga que la esperanza de S es m y la varianza es σ^2 .

Entonces, para x > 0,

$$P(S \leq \ x) = P(\frac{S-m}{\partial} \leq \frac{x-m}{\partial}) \ \cong \ \varphi(\frac{x-m}{\partial})$$

Proposición 2.9.1 sea la distribución de riesgo S con media m y varianza finita σ^2

Entonces se tiene la función $f_s(x)$.

La función de densidad de la distribución normal es aplicable cuando las reclamaciones es grande y x continua entonces x ~ N(μs ; ∂_s^2)

2.10 Teoría de la Probabilidad de Ruina

2.10.1 El Modelo Clásico de " Cramér – Lundberg "

"En 1930, Harald Cramér retoma las ideas originales de Lundberg, y las pone en el contexto de los procesos estocásticos, en ese entonces de reciente creación.
El modelo ha sido estudiado en extenso, y varias formas de generalizarlo se han propuesto y analizado". (Rincón, 2012,p.87)

El modelo clásico que se estudia es un proceso estocástico a tiempo continuo

$\{C_t : t \geq 0\}$ y está dado por:

$$C_t = \mu + ct - \sum_{j=1}^{N_t} Y_j \qquad (7)$$

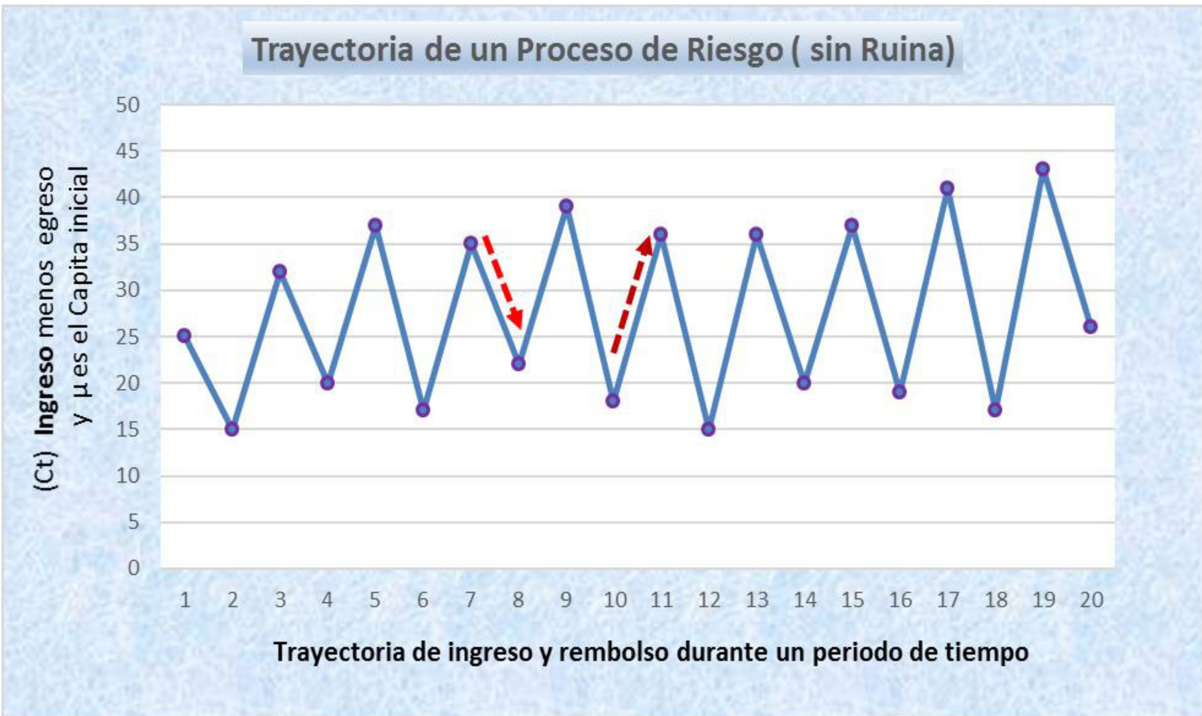
μ: capital inicial

ct: Es el ingreso por primas de los asegurados en un periodo de tiempo (t)

$$\sum_{j=1}^{N_t} Y_j$$

la sumatoria es el monto reclamado

Ejemplo: “La variable C_t representa el balance más sencillo de ingresos menos egresos de una compañía aseguradora. Al proceso C_t se le llama proceso de riesgo (risk process), o proceso de superávit (surplus process), su trayectoria se muestra en la Figura-03 como un proceso sin ruina. (Rincón, 2012,p.88)”

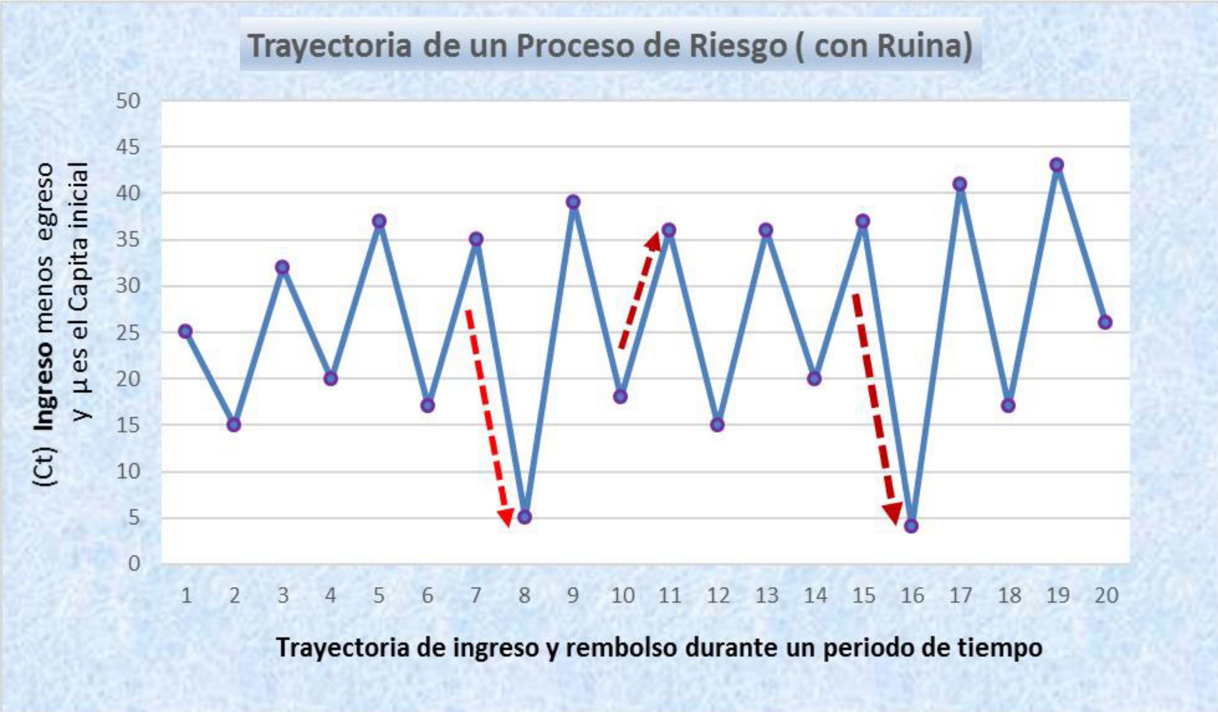


Fuente: Elaboración propia

Figura-03

La Figura-03 muestra una trayectoria de un proceso de riesgo sin ruina o quiebre, donde no se visualiza una caída pronunciada negativa que significa rembolso.

En la Fifura-04 se muestra un proceso con ruina



Fuente: Elaboración propia

Figura-04

El proceso se inicia en u y considerado como capital inicial y los intervalos son continuas y crecientes corresponden a periodos donde no hay reclamaciones.

Y los decrecientes se considera los reclamos.

Los montos de reclamaciones $Y_1, Y_2, \ldots$ son variables aleatorias independientes, no negativas, e idénticamente distribuidas, con función generadora de momentos $M_Y(r)$. (Rincón, 2012, p. 88).

La esperanza matemática de $\mu_n = E(Y^n)$, donde el primer momento seria u_1.
No es difícil comprobar que $E(C_t) = u + (c - \lambda u)t$, y que $Var(C_t) = \lambda u_2 t$

Donde su trayectoria promedio de C_t se considera como línea recta que inicia en $\mu > 0$ y tiene pendiente $c - \lambda u$, y es positiva por la condición de ganancia neta.

Sin embargo, el suceso de cobros a los asegurados puede generar la posibilidad de falta de liquidez.

2.10.2 Probabilidad de Ruina

Cuando se estima la probabilidad de un eventual fracaso llamado "ruina" en el modelo de "Cramér-Lundberg."

se define el tiempo de ruina de la siguiente manera:

$$\tau = inf(t > 0: C_t < 0) \tag{8}$$

"En donde el inferior de $inf\ \varphi = \infty$, con la probabilidad de ruina en el intervalo $[0, t]$ llamada también probabilidad de ruina con horizonte finito como."

$$\psi(u,t) = P(\tau \leq t/C_0 = u)$$

Una probabilidad de ruina con horizonte infinito.
Este dado por:

$$\psi(u) = \lim_{t \to \infty} \psi(u,t) = P(\tau < \infty)$$

Intuitivamente se puede asumir $\psi(u,t) < \psi(u)$, y que $\psi(u,t_1) \leq \psi(u,t_2)$ cuando $t_1 \leq t_2$.

A partir de la **definición 2.5.1** textualmente denotado por $F(x)$ a la función de distribución de una reclamación Y cualquiera (Rincón, 2012, p. 90)

Proposición 2.10.2 Sea $Q(u) = 1 - \psi(u)$. Entonces

1. $Q'(u) = \frac{\lambda}{c}\left[Q(u) - \int_o^u Q(u-y)dF(y)\right]$
2. $\psi(0) = \frac{\lambda\mu}{c}$
3. $\psi(u) = \frac{\lambda}{c}\left[\int_u^\infty (1 - F(Y))dy + \int_o^u \psi(u-y)(1-F(y))dy\right]$

Demostración.

Para el primer resultado condicionando sobre el momento y monto de la primera reclamada se tiene el siguiente resultado:

$$Q(u) = P(\text{"}No \quad ruina \quad en \quad [0,\infty)\text{"}/C_0 = u)$$

$$= \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} P(\text{"}No \quad ruina \quad en \quad [0,\infty)\text{"}/T_1 = t, Y_1 = y)dF(y)dF_{T_1}(t)$$

$$= \int_0^{\infty}\int_0^{u+ct} P(\text{"}No \quad ruina \quad en \quad [0,\infty)\text{"}/T_1 = t, Y_1 = y)dF(y)dF_{T_1}(t)$$

$$= \int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda t}\int_0^{\infty} P(\text{"}No \quad ruina \quad en \quad [0,\infty)\text{"}/T_1 = t, Y_1 = y)dF(y)d(t)$$

$$= \int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda t}\int_0^{\infty} Q(u+ct-y)dF(y)d(t)$$

Sea $s(t) = u + ct$. Entonces

$$Q(u) = \frac{1}{c}\int_u^{\infty} \lambda e^{-\lambda(s-u)/c}\int_0^{s} Q(s-y)dF(y)d$$

Aplicando el proceso matemático de la integración

A la función de 0 hasta ***u*** se obtiene la siguiente expresión:

$$Q(u) - Q(0) = \frac{\lambda}{c}\left[\int_0^{u} Q(x)dx - \int_0^{u}\int_0^{x} Q(x-y)dF(y)dx\right]$$

$$= \frac{\lambda}{c}\left[\int_0^{u} Q(x)dx - \int_0^{u}\int_y^{x} Q(x-y)dxdF(y)\right]$$

$$= \frac{\lambda}{c}\left[\int_0^u Q(x)dx - \int_0^u \int_y^{u-y} Q(x)dxdF(y)\right]$$

$$= \frac{\lambda}{c}\left[\int_0^u Q(x)dx - \int_0^u \int_y^{u-x} Q(x)dF(y)dx\right]$$

$$= \frac{\lambda}{c}\left[\int_0^u Q(x)(1 - F(u-x))dx\right]$$

$$= \frac{\lambda}{c}\int_0^u Q(u-x)(1-F(x))dx \qquad (9)$$

$$= \frac{\lambda}{c}\int_0^\infty Q(u-x)(1-F(x))1_{[0,u]}dx$$

Si u tiende a infinito se tiene que $Q(u)$ la función tiende a uno Entonces por el teorema de la convergencia monótona y se tiene la siguiente expresión

(Rincón, 2012, p. 91)

se obtiene lo siguiente:

$$1 - Q(0) = \frac{\lambda}{c}\int_0^\infty (1 - F(x))dx = \frac{\lambda\mu}{c}$$

$$\psi(0) = 1 - Q(0) = \frac{\lambda u}{c} \qquad (10)$$

El segundo resultado se tiene de (9) y (10) de la siguiente forma

$$\psi(u) = \frac{\lambda}{c}\left[\mu - \int_0^u (1 - \psi(u-x)(1 - F(x))dx\right]$$

$$= \frac{\lambda}{c}\left[\int_u^\infty (1 - F(x))dx + \int_0^u \psi(u-x)(1 - F(x))dx\right]$$

"Se puede observar que esta expresión corresponde a una función de tipo recursiva para encontrar la probabilidad de ruina."

Las consecuencias de las reclamaciones que pueden tener distribución de tipo exponencial la función es creciente y dinámico.

2.10.3 La Condición de Ganancia Neta.

Sean $T_o, T_1, T_2, \ldots$ los tiempos aleatorios en donde la aseguradora recibe las reclamaciones. Se supone $T_o = 0$. Para cada entero $T_o = 0$ defina la variable aleatoria $X_k = c(T_k - T_{k-1}) - Y_k$, donde puede ser interpretadas como el balance de dos siniestros de vehiculares sucesivos.

La esperanza matemática de la variable es:

$$E(X_k) = cE(T_k - T_{k-1}) - E(Y_k) = c(1/\lambda) - \mu$$

la ruina ocurre si, y solo si, $E(X_k) \leq 0$. Como deseamos que esta situación no ocurra supondremos que $E(X_k) > 0$, es decir, se tiene la hipótesis de la "condición de ganancia neta" $c > \lambda\mu$

Esta condición se mencionó en (2.10.1) y se puede interpretar de la siguiente manera como el promedio de la entrada por primas por unidad de tiempo es " c " debe ser considerar como mayor al total de reclamos por cada unidad de tiempo, λu .
(Rincón, 2012, p. 92)

Considérese el modelo de "Cramér-Lundberg" los reclamos con características de distribución $exp(\alpha)$ con una esperanza de $u = 1/\alpha$.
Por lo expuesto en (2.10.3) donde la probabilidad de no ruina $Q(y) = 1 - \psi(y)$ se puede expresar como sigue:

$$Q'(u) = \frac{\lambda}{c}\left[Q(u) - e^{-\alpha u} \int_0^u Q(u)\alpha e^{\alpha y} dy\right] \qquad (11)$$

Derivando (11) se obtiene

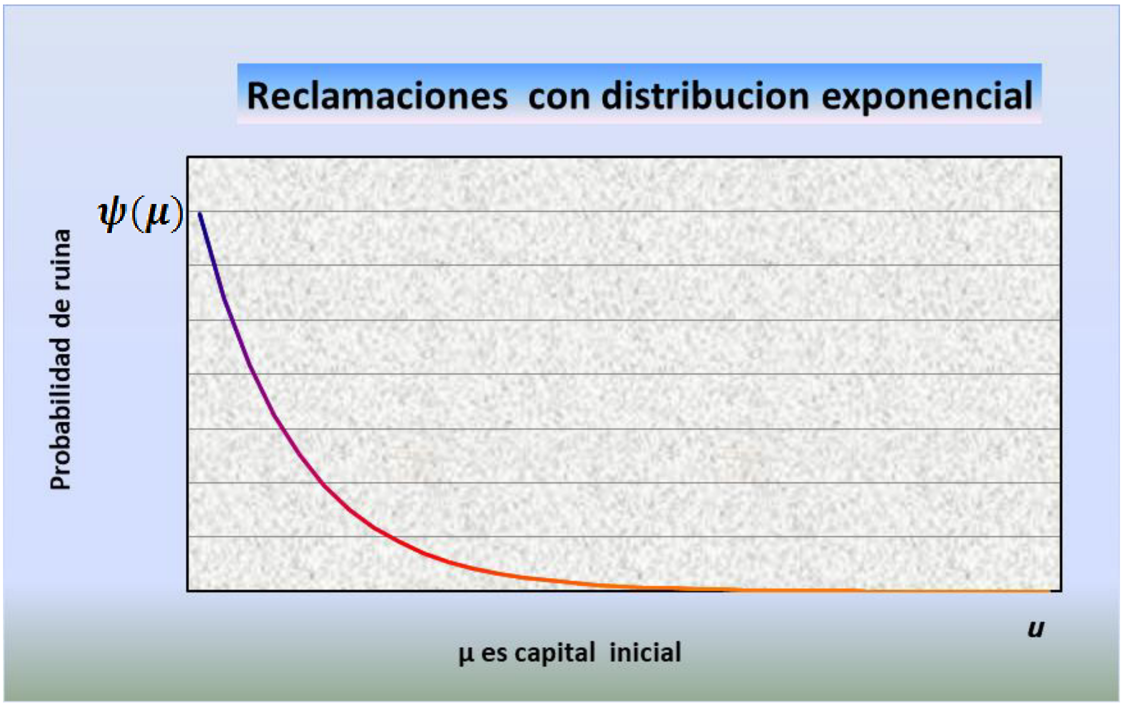
$$Q''(u) = \left(\frac{\lambda}{c} - \alpha\right) Q'(\mu).$$

Cuya solución se puede $Q(u) = a + be^{-(\alpha-\lambda/c)u}$, en donde a y b vendrían hacer constantes.
Considerando las condiciones $\psi(0) = \lambda/(\alpha c)$ y $\psi(\infty) = 0$ se obtiene que $a = 1$ y $b = -\lambda/(\alpha c)$.

Por lo tanto

$$\psi(u) = \frac{\lambda}{\alpha c} e^{-(\alpha-\lambda/c)u} \qquad (12)$$

Es una función exponencial de reclamaciones como se muestra en la Figura-05
y se observa que debido a la condición de ganancia neta.
La exponente $-(\alpha - \lambda/c)$ de la ecuación (12) sea negativa
probabilidad de ruina decaerá a cero exponencialmente cuando el capital inicial u crece sustancialmente. (Rincón, 2012, p. 93)



Fuente: Elaboración propia

Figura-05

Cuando el capital inicial es cero µ = 0 existe la probabilidad de ruina porque su probabilidad de ruina es aproximadamente 1, a medida que el capital inicial aumenta la probabilidad de quiebra tiende a cero. debido a la condición de la ganancia neta en la práctica no sucede.

2.10.4 Coeficiente de Ajuste

2.10.4.1 Coeficiente de Ajuste de "Desigualdad de Lundberg"

El coeficiente o parámetro de ajuste es un valor que aparece en el problema al estimar la probabilidad de quiebra. "Existe varias maneras de definir una de ellas es tanto artificial pero después se justifica la siguiente función."

$$\theta(r) = \lambda(M_Y(r) - 1) - cr$$

En donde $M_Y(r)$ es la función generadora del valor de r en donde $M_Y(r)$

Suponiendo diferenciabilidad, se tiene que $\theta'(r) = \lambda M'_Y(r) - c$, y

$$\theta''(r) = \lambda M''_Y(r) = \lambda E\left(Y^2 e^{r^Y}\right) > 0$$

"Por tanto, $\theta(r)$ es una función naturalmente convexa tal que $\theta(0) = 0$, y por la condición de ganancia neta, $\theta'(0) = \lambda\mu - c < 0$. Entonces es posible que exista un valor $R > 0$ tal que $\theta(R) = 0$."

Cuando R > 0 se llama coeficiente de ajuste de Lundberg.

Por tanto, el coeficiente o parámetro de ajuste dependerá completamente de la distribución de los reclamos. (Rincón, 2012, p. 94)

Teorema. 2.10.4.2 Desigualdad de Lundberg

Para algunas distribuciones el coeficiente o parámetro de ajuste R existe y se cumple la desigualdad $\varphi(\mu) < e^{-R\mu}$, y se puede demostrar los resultados se hará uso de la teoría de martingalas, suponga que el cociente de ajuste R existe, entonces la desigualdad se puede expresar:

$$\varphi(\mu) < e^{-R\mu} \tag{13}$$

la expresión $\{e^{-RC_{t\wedge\tau}}\}$ inicia en e^{-Ru}. Por consiguiente, el proceso es estocástico $\{e^{-RC_{t\wedge\tau}}\}$ es un resultado importante. (Rincón, 2012, p. 101)

$$e^{-Ru} = e^{-RC_0}$$

$$= E(e^{-RC_{t\wedge\tau}})$$

$$= E(e^{-RC_{t\wedge\tau}}/\tau \leq t)P(\tau \leq t)$$

$$+E(e^{-RC_{t\wedge\tau}}/\tau > t)P(\tau > t)$$

$$\geq E(e^{-RC_{t\wedge\tau}}/\tau \leq t)P(\tau \leq t)$$

$$= E(e^{-RC_{t\wedge\tau}}/\tau \leq t)P(\tau \leq t)$$

$$= \left(\left(\int e^{-RC_\tau} 1_{(\tau\leq t)} dP\right) P(\tau \leq t\right)$$

Haciendo $t \to \infty$ monótonamente el suceso $(\tau \leq t)$ converge crecientemente al evento $(\tau < \infty)$. Por consiguiente, por la teoría de convergencia monótona y se obtiene el siguiente resultado:

$$e^{-RC_t} \geq E(e^{-RC_t}/\tau < \infty)P(\tau < \infty)$$

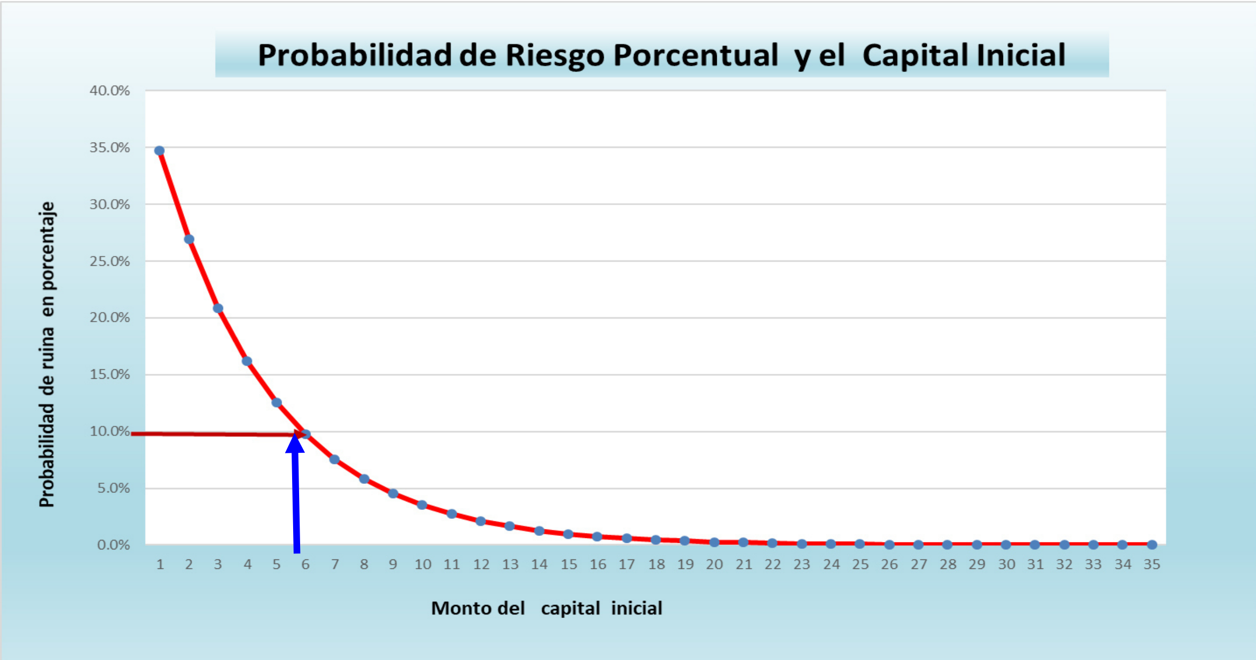
$$> E(1/\tau < \infty)P(\tau < \infty)$$

$$= P(\tau < \infty)$$

$$= \varphi(u)$$

Existe el coeficiente de ajuste R > 0. Entonces se considera una desigualdad de Lundberg.

2.10.5 Probabilidad de Ruina considerando el capital inicial y la desviación.



Fuente: Elaboración propia

Figura-06

La figura muestra una trayectoria de un comportamiento de un capital de la inversión disminuye el riesgo aparece con mayor porcentaje de probabilidad.

se puede realizar las siguientes preguntas en el mercado de riesgos:

"Con un determinado capital, qué riesgo tengo de que me desconecten el sistema de bolsa de valores o en cartera de seguros por falta de garantías."

"Si se quiere arriesgar únicamente un determinado capital, que probabilidad de éxito tengo a largo plazo."

La relación existente entre la probabilidad de éxito a largo plazo y el capital disponible de la empresa hay una relación directa.

Naturalmente se sabe que cuanto más dinero se considere como capital inicial la probabilidad de riesgo es menos, "pero se trata de optimizar la utilización del dinero."
.(Cox, 1965)

Donde se considera la siguiente fórmula:

$$R = e^{-2*Ret*\left(\frac{Riesgo}{\partial^2}\right)} \qquad (14)$$

La relación entre el retorno mensual que puede ser de otro periodo de tiempo y la desviación típica de dicho retorno y el porcentaje del saldo que se desea arriesgar son importantes en el momento de tomar decisiones. Este propósito inmediato es el "Trading".
Surge también el concepto de " drawdowns" refiriéndose al capital actual y el máximo capital que se tiene.

La ecuación (14) se puede interpretar como la probabilidad de que se pierda un porcentaje de capital determinado (riesgo o ruina) donde se considera un retorno (Ret) y con una desviación típica muestral de dicho retorno viene de la varianza muestral (S^2).
"De tal manera que conociendo los tres datos se puede calcular la probabilidad de que se pierda el capital."

2.11 Hipótesis General

La hipótesis de la investigación es describir los ingresos o primas y los pagos de las pólizas de seguro vehicular siniestrados en diferentes marcas que se puede representar mediante los modelos colectivo e individual y estimar la probabilidad de ruina de la aseguradora a consecuencia de siniestros vehículares que puede ser obtenidas mediante los métodos de aproximación de Lundberg y exponencial durante el primer trimestre del año 2018 en una compañía de seguros vehiculares en Lima.

Hipótesis Específica

H1: Describir los ingresos o primas y los pagos por cada reclamación de las pólizas de seguro vehicular siniestrados que se puede representar mediante los modelos colectivo e individual.

H2: Estimar la probabilidad de ruina de la compañía de aseguradora a consecuencia de vehículos siniestrados que puede ser obtenidas mediante los métodos de aproximación de Lundberg y exponencial durante el primer trimestre.

CAPITULO III : METODOLOGIA

3.1 Tipo de Investigación

El tipo de investigación es Descriptivo longitudinal que describe el comportamiento de lo sucedido o acontecimiento durante un periodo sobre la ocurrencia de las variables en estudio.

La investigación que se establece en la tesis tiene un alcance de tipo descriptivo que estudia el comportamiento del portafolio de seguros vehiculares de clientes y sus reclamaciones de las distintas pólizas y se puede explicar las fluctuaciones de los posibles riesgos de quiebra de la aseguradora por la inseguridad.

3.2 Unidad de Análisis

Unidad de estudio:

Cada **reclamación** realizada por robo de vehículos (prima cobrada) asociado al tamaño del reclamo (cantidad) durante un periodo de tiempo.

3.3 Población de Estudio

La población a considerar corresponde al primer trimestre del año 2018
Entre enero, febrero y marzo los vehículos robados son de 1611 en Lima
Tabla – 02.

3.4 Tamaño y Selección de la Muestra

Tamaño de Muestra

La muestra es la cantidad de clientes que realizaron las reclamaciones activando la póliza de seguros durante el primer trimestre del 2018

En el 1° trimestre 584 vehículos activaron una póliza cobro de seguros con diferentes cantidades de monto a reclamar y en diferentes aseguradoras de Lima.

3.5 Selección de la Muestra y recolección

La selección de la muestra se realizó mediante el análisis documental de reportes (Dirección de Prevención de Robos de Vehículos) correspondientes al primer trimestre del año 2018 y datos completos registrados.

3.6 DATOS EN ESTUDIO

Los datos considerados se encuentran en ANEXO páginas. 86 a 89

Variables

- Cj: Monto de reembolso por robo total (Siniestralidad)
- Dj: Número de reclamos por robo total (Siniestralidad)
- N: Número total de reclamos.
- Sexo: (f, m)
- Tipo de Seguro: (no tiene seguro, S. a terceros, S. total)
- Año del vehículo.
- Tipo de uso (p/t)

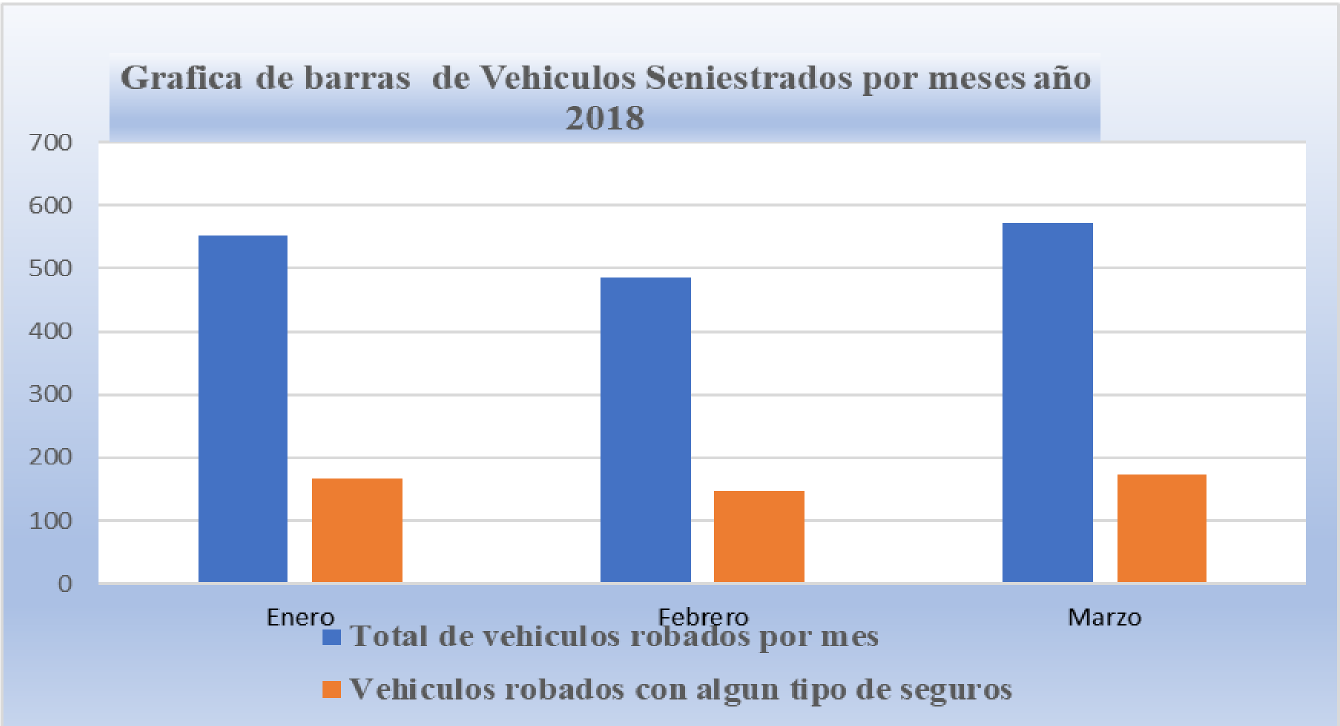
CAPITULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIONES

OBJETIVO-01

4.1 TABLA - 02 Total de Vehículos Robados por Mes - 2018

	Enero	Febrero	Marzo	Total de vehículos robados en el 1° trimestre
Total, de Vehículos robados por mes	552	486	573	**1611**
Vehículos robados con algún tipo de seguros	166	146	172	**484**

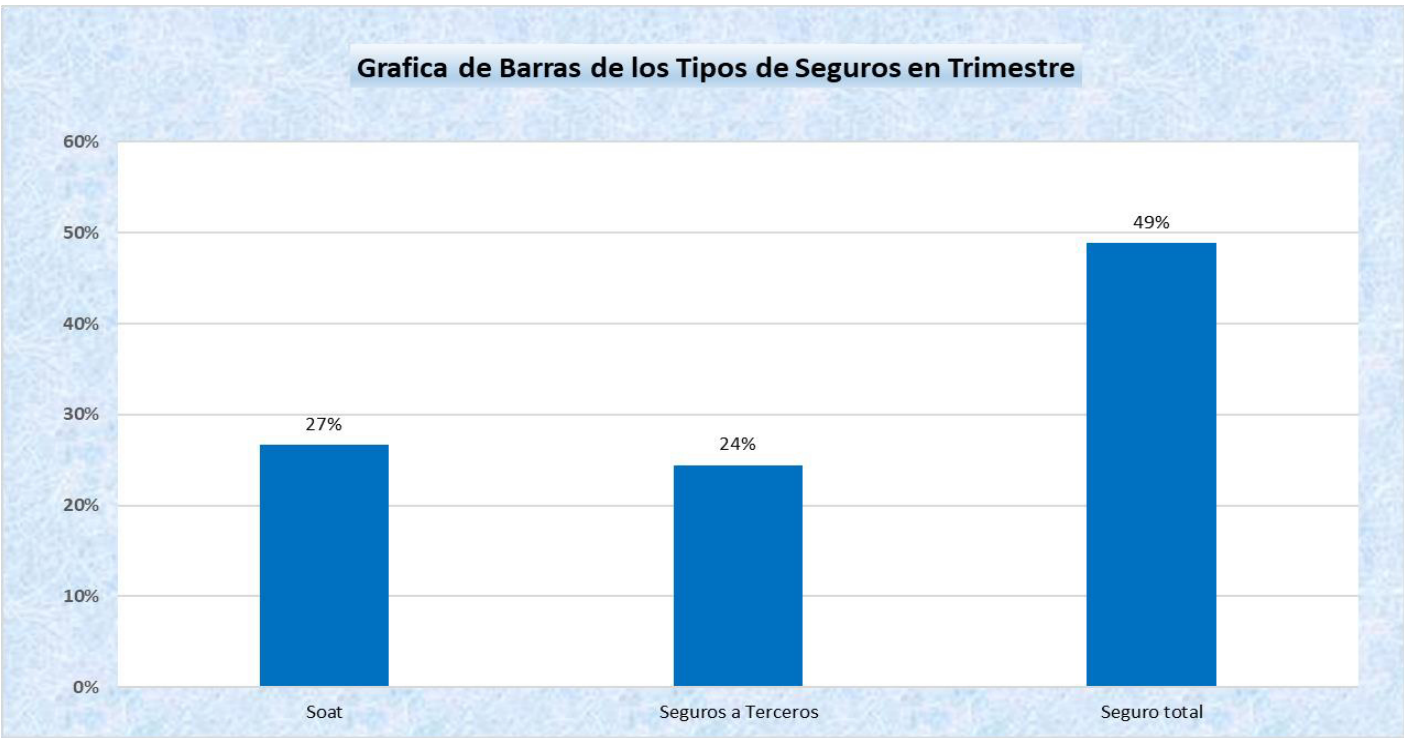
Fuente: Dirección de Prevención de Robos de Vehículos



Fuente: Elaboración propia Figura-07

La figura-07 muestra que en el mes de marzo se realizaron mayor

robo de vehículos y la póliza de cobro de seguros se realizaron en el mes de febrero.



Fuente: Elaboración propia Figura-08

La figura-08 muestra el porcentaje de vehículos con seguros

El 27% solo tiene Soat, el 24% tiene seguro a terceros o parcial

El 49% tienen seguro total (llamado también todo riesgo) estas reclamaciones son las que pueden encaminar una quiebra de la aseguradora.

4.2 Organización de los datos en función a las probabilidades De reclamaciones por cada mes de acuerdo a la fórmula de Pril

TABLA-03 CARTERA DE 66 POLIZAS INDIVIDUALES DE SEGURO VEHICULAR DURANTE EL PRIMER TRIMESTRE - 2018

Monto reclamada (Poliza)	Probabilidad de Reclamaciones por mes y numero de vehículos por mes			TOTAL
	Enero q1 = 0.27	Febrero q2= 0.22	Marzo q3= 0.24	
9.5	4	4	5	13
14.5	8	7	6	21
19.5	6	5	5	16
24.5	3	2	3	8
29.5	2	1	2	5
34.5	1	1	1	3
TOTAL	24	20	22	**66**

Fuente: Elaboración propia

La Tabla - 03 muestra las cantidades de reclamaciones aproximadas por ejemplo se observa 8 pólizas con una probabilidad de reclamaciones de 0.27 tienen un monto de reclamación aproximado de 14.5 en miles de dólares.

4.2.1 CALCULO DE LA ESPERANZA DEL MODELO INDIVIDUAL CON R

Esperanza de S_I

- $E(S_I) = \sum_{j=1}^{n} q_j E(C_j)$.

E(S) = (24*(0.27)*(18.25))+((20)*(0.22)*(17.5))+((22)*0.24)*(18.136)

291.01808

Var(S_Enero) = (24)*(18.25^2)*(0.27*0.73)+51.042*0.27

1589.30019

Var (S_Febrero) = (20)*(17.5^2)*(0.22*0.78)+43.6*(0.22)

1060.642

Var (S_Marzo) = (22)*(18.136^2)*(0.24*0.76)+43.6*(0.24)

1330.33209

Var (S) = 3980.27428

Los resultados de la varianza del modelo individual miden la variación de los reclamos de las diferentes pólizas que reclamaran el monto que le corresponde.

 # CALCULO DE LA ESPERANZA DEL MODELO INDIVIDUAL CON R

```
n1<-24
q1<-0.27
EC1<-18.25
ES1<-(n1*q1*EC1)
n2<-20
q2<-0.22
EC2<-17.5
ES2<-(n2*q2*EC2)
n3<-22
q3<-0.24
EC3<-18.136
ES3<-(n3*q3*EC3)
ES_MI<-(ES1+ES2+ES3)
```

[1] 291.01808

VARIANZA DEL MODELO INDIVIDUAL

- $$Var(S_I) = \sum_{j=1}^{n} \left[q_j * \left(var(C_J) + q_j * p_j * E^2(C_j) \right) \right]$$

```
VAR_M1<-((n1*(EC1)^2)*q1*(1-q1)+VAR1*(q1))
```

1589.30019

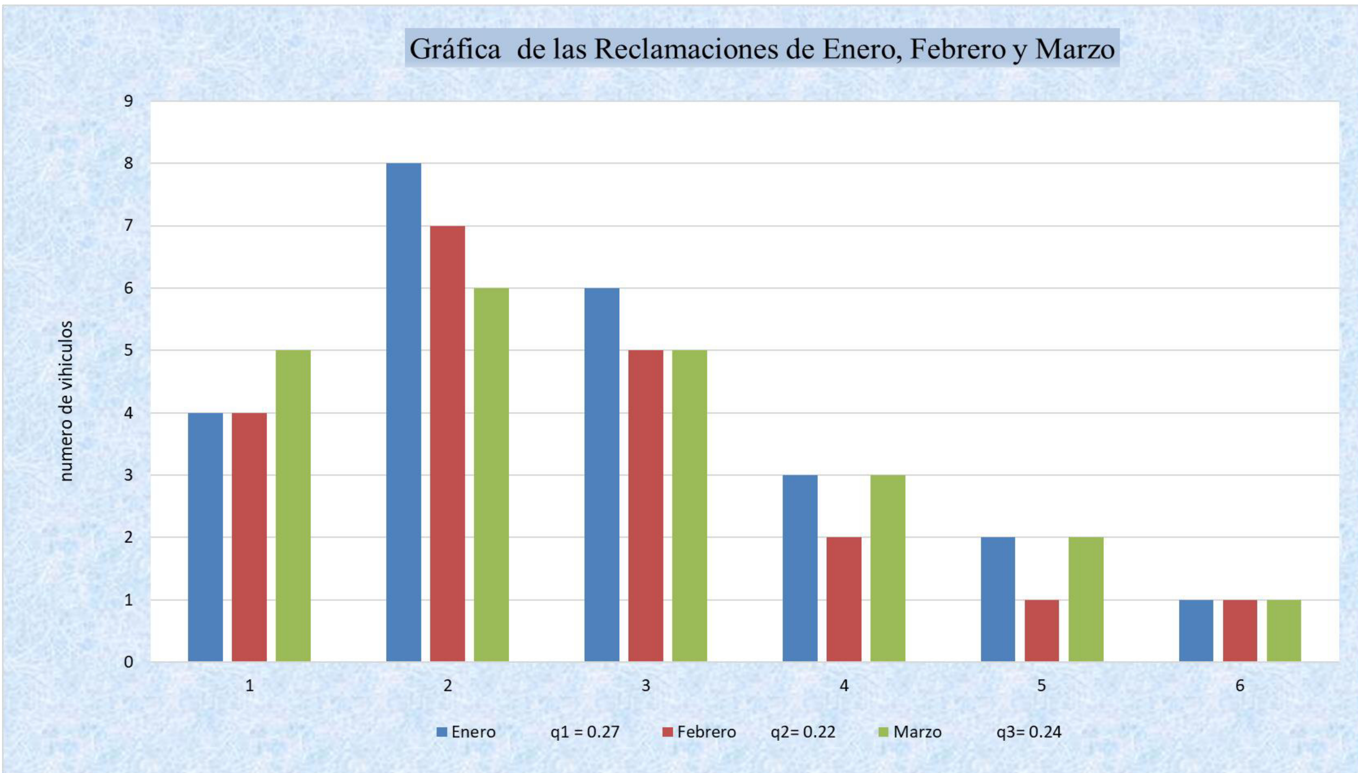
```
VAR_M2<-((n2*(EC2)^2)*q2*(1-q2)+VAR2*(q2))
```

1060.642

```
VAR_M3<-((n3*(EC3)^2)*q3*(1-q3)+VAR3*(q3))
```

1330.33209

VAR(S) = 3980.27428



Fuente: Elaboración propia Figura-09

La figura-09 muestra el comportamiento de las pólizas y el monto a reclamada por cada mes que le corresponde.

Y se observa que la mayoría de las pólizas reclaman en los niveles 2 y 3 Correspondiente a las cantidades de 14.5 y 19.5 mil dólares.

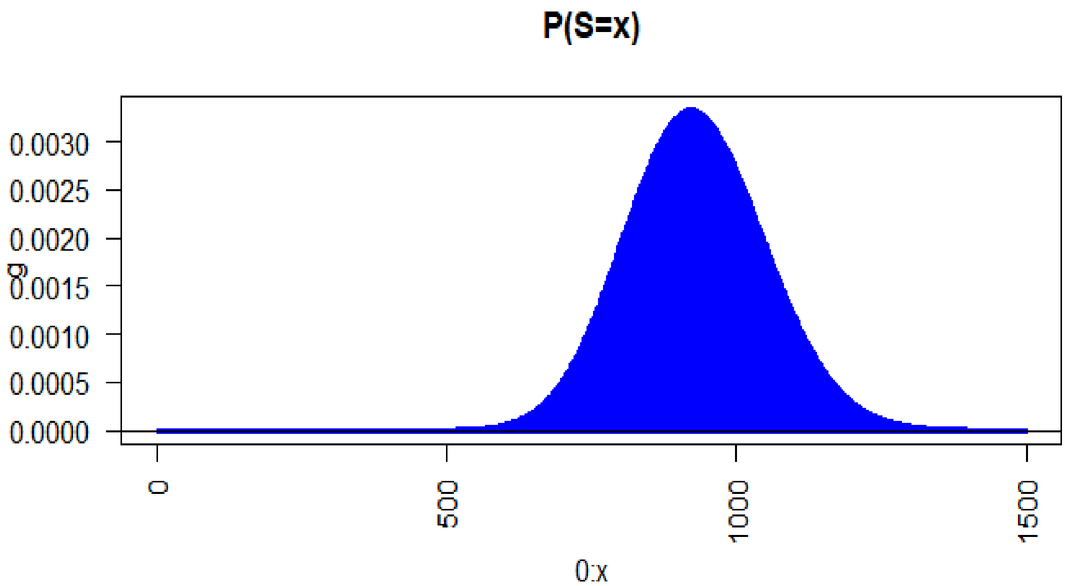
4.2.2 SIMULACION DE LA DISTRIBUCION DEL MODELO INDIVIDUAL MEDIANTE LA FORMULA DE PRIL EN R

PROCEDIMIENTO

#x= valor de g(x)= P(S=x) que queramos calcular (tamaño)
#I= monto máximo de reclamación
#J= número de probabilidades de reclamación distintas
#n= matriz que contiene el número de pólizas en cada grupo
#qj= probabilidades de reclamo

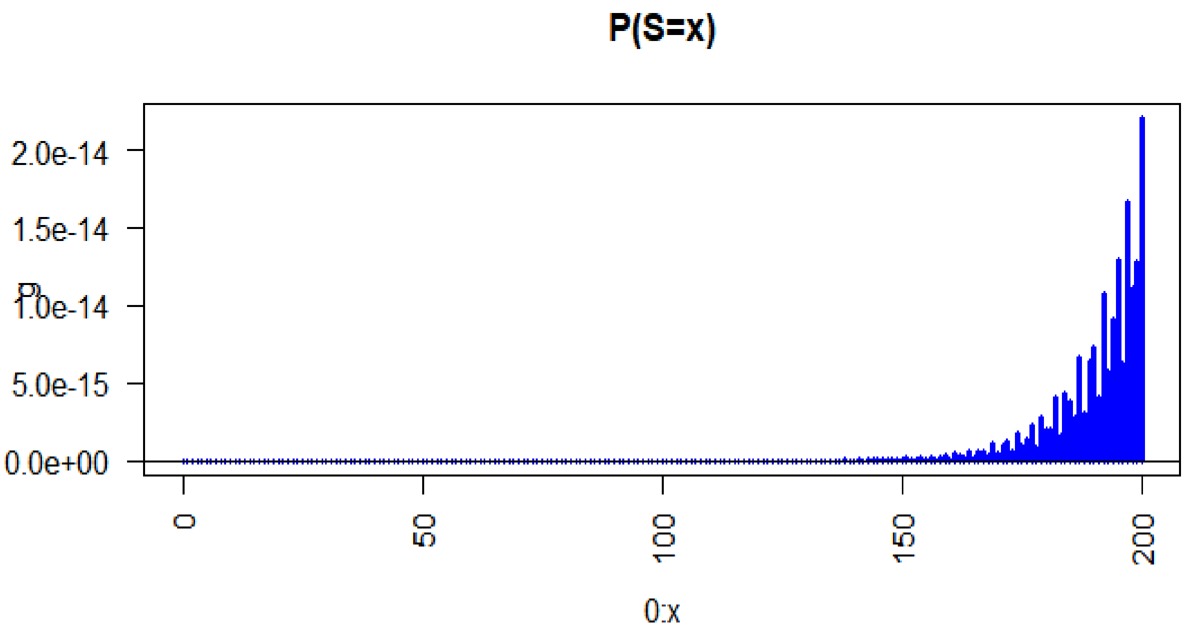
```
##############################################
# Función para calcular valores de h

h <- function(i,k,n,qj){
  i*(-1)^(k-1)*sum(n[i,]*(qj/(1-qj))^k)
}
##############################################

DePril <- function(x,I,J,n,qj){
  P <- matrix(0,I,J)
  for(i in 1:I){
    for(j in 1:J){
      P[i,j] <- (1-qj[j])^(n[i,j])
    }
  }
  ############################################

  g <- numeric((x+1))
  g[1] <- prod(P)
  for(r in 1:x){
    L1 <- min(r,I); G <- matrix(0,L1,r)
    for(i in 1:L1){
      L2 <- floor(r/i)
        for(k in 1:L2){
          G[i,k] <- g[(r-i*k+1)]*h(i,k,n,qj)
        }
    }
    g[r+1] <- 1/r*sum(G)
  }
  ############################################
  # procedimiento para la grafica

  plot(0:x,g,type='h',col='blue',lwd=3,las=2,
       main='P(S=x)')
  abline(h=0)
  paste("g(x)=",g,"G(x)=",cumsum(g))
}
##############################################

#Ejemplo-01 de la simulación
x=1500
I=18
J=4
n=matrix(c(rep(0,9),500,rep(0,8),rep(0,14),1000,rep(0,3),rep(0,17),700,r
ep(0,12),100,rep(0,5)),I,J)
qj=c(0.01,0.008,0.05,0.1)
DePril(x,I,J,n,qj)
```

Simulación de la función g(x) con tamaño de 1500



Fuente: Elaboración propia Figura-10

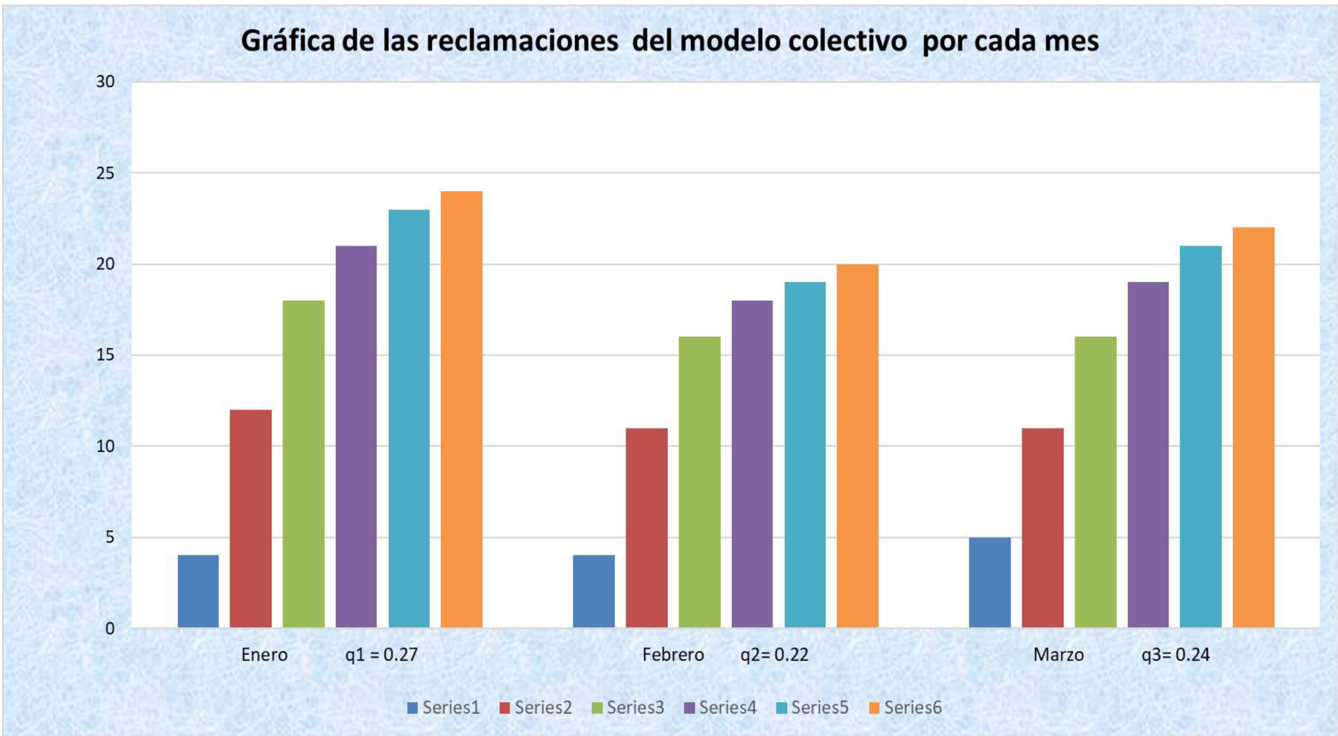
Simulación de la función g(x) con tamaño de 200



Fuente: Elaboración propia Figura-11

4.2.3 RESULTADO DEL MODELO COLECTIVO

SINIESTRO DE VEHÍCULAR ACUMULADA DURANTE EL PRIMER TRIMESTRE DEL AÑO 2018



Fuente: Elaboración propia Figura-12

La Figura – 12 muestra las acumuladas de vehículos robados por cada mes durante el primer trimestre del año 2018 asociado a las pólizas del monto de reclamación por siniestro.

Cada sumando es una variable aleatoria diferente en cada mes y el total también de cada mes es una variable aleatoria.

Se observa que en enero hubo mayor cantidad de siniestros vehiculares.

Que permitirán al modelo c**olectivo** utilizar para el análisis de relación de COSTO-BENIFICIO de reembolso de las reclamaciones.

SIMULACIONES PARA EL MODELO COLECTIVO

```
#mumero de simulaciones para modelo colectivo

k<-100

#probar vector donde se almacenan

#la probabilidad de cada simulación

proba<-numeric()
for(i in 1:k){
  n<-rbinom(1,66,0.3)
  n.poisson<-rpois(n,20)
  condicion<-(n.poisson>=5)
  proba[i]<-sum(condicion)/n
}
probaSmayoraiguala8<-sum(proba)/k
```

RESULTADOS DE PROBABILIDAD ACUMULADA

Probabilidad (S > xi)	Resultados de las probabilidades
Probabilidad (S > 5)	0.99996 Probabilidad que realicen más de 5 reclamos
Probabilidad (S > 10)	0.994 probabilidad que realicen más de 5 reclamos
Probabilidad (S > 20)	0.5305 Probabilidad que realicen más de 5 reclamos
Probabilidad (S > 30)	0.021169 Probabilidad que realicen más de 5 reclamos

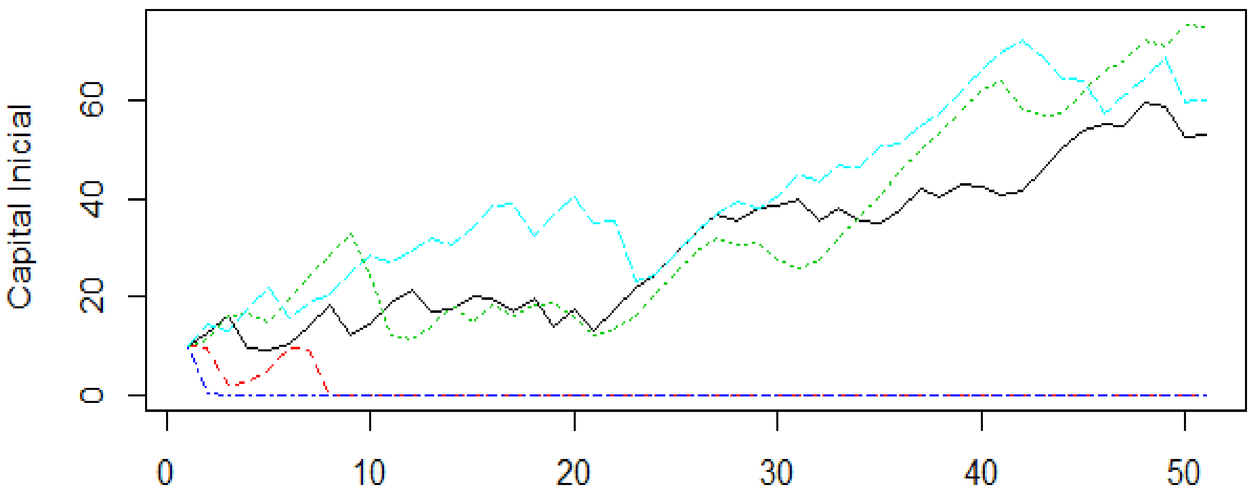
OBJETIVO - 02

4.3 MODELO CLASICO DE CRAMER LUNDBERG SIMULADO CON R

CUANDO LAS RECLAMACIONES TIENEN UNA DISTRIBUCION POISSON

```
u<-10    # Capital Inicial
int<-0   # Actualización (Dejar en 0 para modelo clásico de lundberg)
simular<-function(time) {
  U<-1:(time+1)
  U[1]<-u
  for(i in 2:(time+1)){
    if(U[i-1]<=0){
      U[i]<-0
    }else{
      U[i]<-max(U[i-1]+( rpois(i,0.3),0)
    }  U} #Simulando
  simular(15)  #1 Simulacion de  15 Años
  (y<-replicate(5,simular(50)))
  matplot(y,type="l",ylab = " Capital Inicial") #Grafica simulada
```

Grafica de 5 simulación y con un capital inicial de 10



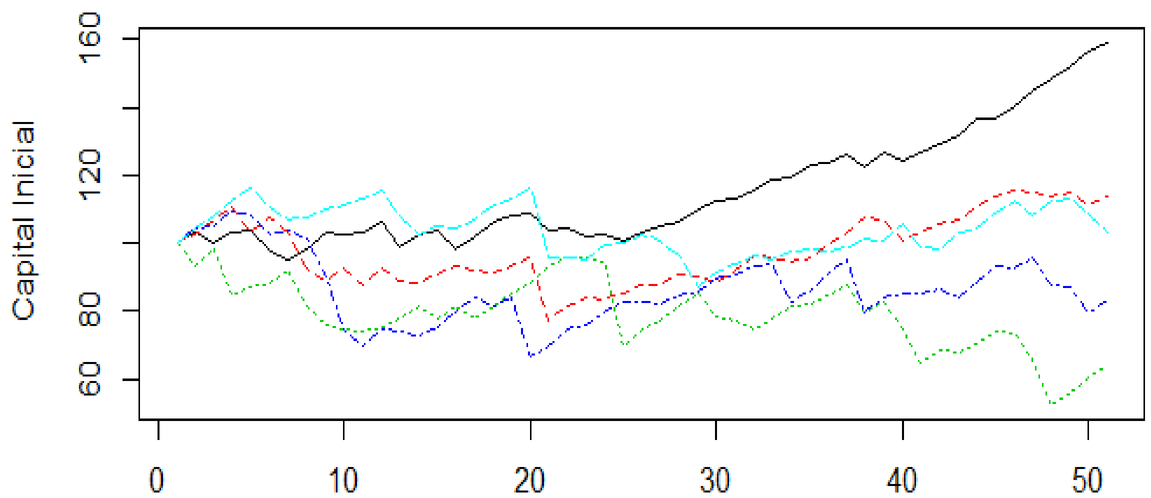
Fuente: Elaboración propia Figura-13

4.3.1 MODELO CLASICO DE LUNDBERG SIMULADO CON R

CUANDO LAS RECLAMACIONES TIENEN UNA DISTRIBUCION GEOMETRICA

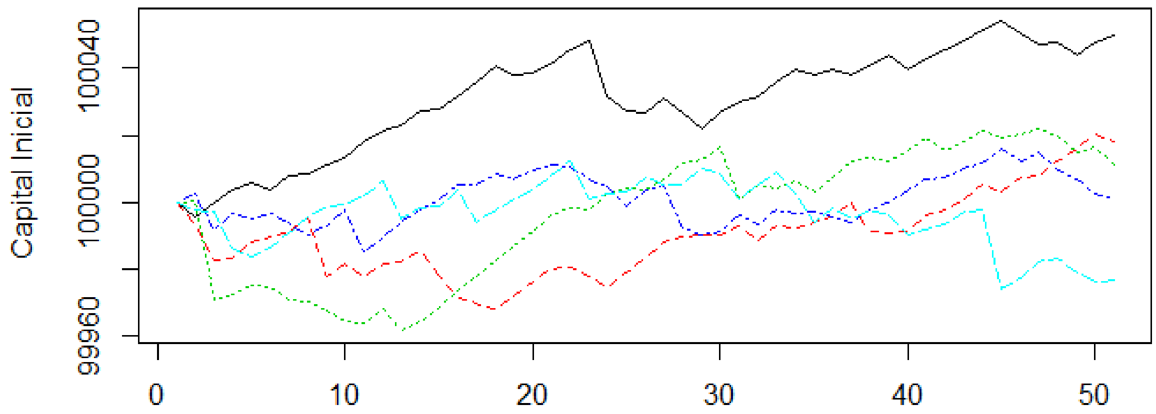
```
u<-100    # Capital Inicial
int<-0   # Actualización (Dejar en 0 para modelo clásico de lundberg)
simular<-function(time) {
  U<-1:(time+1)
  U[1]<-u
  for(i in 2:(time+1)){
    if(U[i-1]<=0){
      U[i]<-0
    }else{
      U[i]<-max(U[i-1]+(4.5 - rgeom(1,.2))*((1+int)^(i-2)),0)
  }  U} #Simulando
simular(15)  #1 Simulacion de  15 Años
(y<-replicate(5,simular(50)))
matplot(y,type="l",ylab = " Capital Inicial") #Grafica simulada
```

Grafica de 5 simulación y con un capital inicial de 100



Fuente: Elaboración propia Figura-14

Grafica de 5 simulación y con un capital inicial de 100000



Fuente: Elaboración propia   Figura-15

En la figura-14 se observa 3 simulaciones tienen una tendencia creciente en el tiempo sin probabilidad de ruina y 2 tienden a cero con posibilidad de ruina.

En la figura-15 se observa 4 simulaciones tienen una tendencia creciente en el tiempo sin probabilidad de ruina y 1 tienden a cero con posibilidad de ruina.

Se puede concluir que el capital inicial y el tiempo de reclamo es importante para la determinación de una probabilidad de ruina.

4.4 PROBABILIDAD DE RUINA CON COEFICIENTE DE AJUSTE DIFERENTES DE LUNDBERG

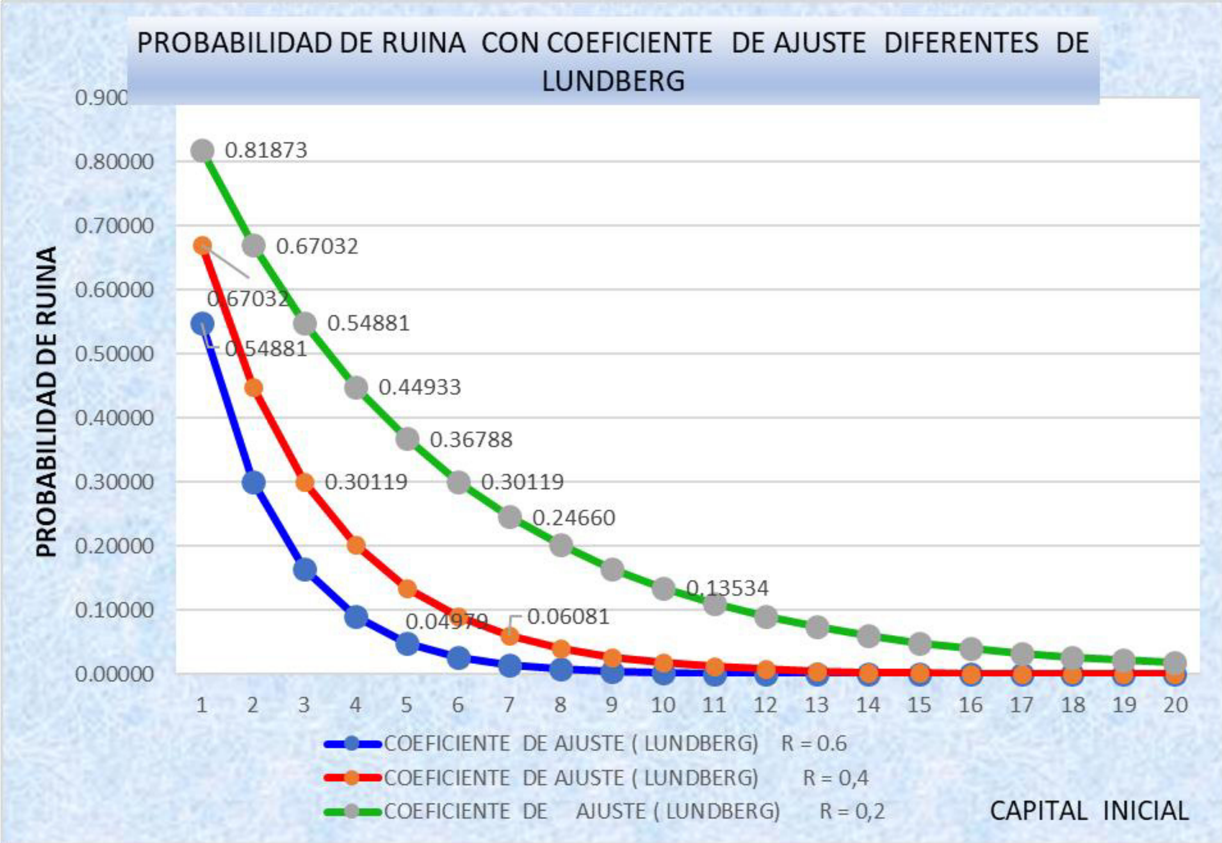
TABLA - 04

Capital simulado	COEFICIENTE DE AJUSTE (LUNDBERG) R = 0.6	COEFICIENTE DE AJUSTE (LUNDBERG) R = 0,4	COEFICIENTE DE AJUSTE (LUNDBERG) R = 0,2
1	0.54881	0.67032	0.81873
2	0.30119	0.44933	0.67032
3	0.16530	0.30119	0.54881
4	0.09072	0.20190	0.44933
5	0.04979	0.13534	0.36788
6	0.02732	0.09072	0.30119
7	0.01500	0.06081	0.24660
8	0.00823	0.04076	0.20190
9	0.00452	0.02732	0.16530
10	0.00248	0.01832	0.13534
11	0.00136	0.01228	0.11080
12	0.00075	0.00823	0.09072
13	0.00041	0.00552	0.07427
14	0.00022	0.00370	0.06081
15	0.00012	0.00248	0.04979
16	0.00007	0.00166	0.04076
17	0.00004	0.00111	0.03337
18	0.00002	0.00075	0.02732
19	0.00001	0.00050	0.02237
20	0.00001	0.00034	0.01832

Fuente: Elaboración propia

En la tabla – 04 se observa las probabilidades quiebra o ruina con diferentes coeficiente de ajustes R de Lundberg, a mayor valor del coeficiente de ajuste la probabilidad de quiebra es eminente.

esto significa que los parámetros de las distribuciones son determinantes en la determinación de la ruina.



Fuente: Elaboración propia

Figura – 16

En la Figura – 16 se observa las probabilidades de ruina con diferentes coeficiente de ajustes R de Lundberg, para un R = 0.6 de ajuste a mayor valor del coeficiente de ajuste la probabilidad de ruina disminuye, es decir para un capital 4 su probabilidad de ruina es 0.1 en porcentajes seria 10% .

para un R = 0.4 de ajuste la probabilidad de ruina aumenta, es decir para un capital 4 su probabilidad de ruina es 0.2 en porcentajes seria 20%

para un R = 0.2 de ajuste la probabilidad de ruina rápidamente aumenta, es decir para un capital 4 su probabilidad de ruina es 0.44933 en porcentajes seria 44.93%

este resultado significa un riesgo.

Se concluye que los parámetros de las distribuciones son determinantes en la determinación de las probabilidades ruina.

4.5 PROBABILIDAD DE RUINA CONSIDERANDO EL CAPITAL DE RETORNO Y LA DESVIACION ∂

En la presente tesis se trata de evaluar objetivamente el riesgo de quiebra que se tiene a perder un porcentaje determinado de capital dedicado a la inversión.
El valor del "drawdown" se utiliza para determinar el nivel de riesgo de un sistema de "trading", ya que el "drawdown" influye de manera directa en el capital mínimo con el que hemos de contar para invertir.

Por ejemplo 01: con un determinado capital debe ser mayor a un tipo de reclamo, caso contrario el portafolio sufre las garantías.

Ejemplo-02: Si se quiere arriesgar un determinado capital, que probabilidad de éxito se tiene a largo periodo de tiempo.

Naturalmente todos sabemos que cuanto más pongamos el capital, será mejor, pero se trata de optimizar la utilización del dinero, en verdad."
Los cálculos se realizan usando la fórmula (14)

$$R = e^{-2*Ret*(\frac{Riesgo}{\partial^2})}$$

TABLA – 05 PROBABILIDAD DE RUINA SIMULADA CONSIDERANDO CAPITAL DE RETORNO Y LA DESVIACION

N°	Capital	Prob. de Ruina	Monto de Retorno	Desviación de Retorno	Exceso
1	10000	52.729%	20.0%	25.0%	10%
2	12000	14.661%	16.7%	20.8%	25%
3	14000	4.076%	14.3%	17.9%	36%
4	16000	1.133%	12.5%	15.6%	44%
5	18000	0.315%	11.1%	13.9%	50%
6	20000	0.088%	10.0%	12.5%	55%
7	22000	0.024%	9.1%	11.4%	59%
8	24000	0.007%	8.3%	10.4%	63%
9	26000	0.002%	7.7%	9.6%	65%
10	28000	0.001%	7.1%	8.9%	68%
11	30000	0.000%	6.7%	8.3%	70%
12	32000	0.000%	6.3%	7.8%	72%
13	34000	0.000%	5.9%	7.4%	74%
14	36000	0.000%	5.6%	6.9%	75%
15	38000	0.000%	5.3%	6.6%	76%
16	40000	0.000%	5.0%	6.3%	78%
17	42000	0.000%	4.8%	6.0%	79%
18	44000	0.000%	4.5%	5.7%	80%
19	46000	0.000%	4.3%	5.4%	80%
20	48000	0.000%	4.2%	5.2%	81%
21	50000	0.000%	4.0%	5.0%	82%
22	52000	0.000%	3.8%	4.8%	83%
23	54000	0.000%	3.7%	4.6%	83%
24	56000	0.000%	3.6%	4.5%	84%
25	58000	0.000%	3.4%	4.3%	84%
26	60000	0.000%	3.3%	4.2%	85%

Fuente: Elaboración propia

La **Probabilidad de ruina** ó riesgo de determinado de acuerdo a la formula (14)

=EXP(-(2*S5*U5)/(T5*T5)) para el primer termino

Fuente: Elaboración propia

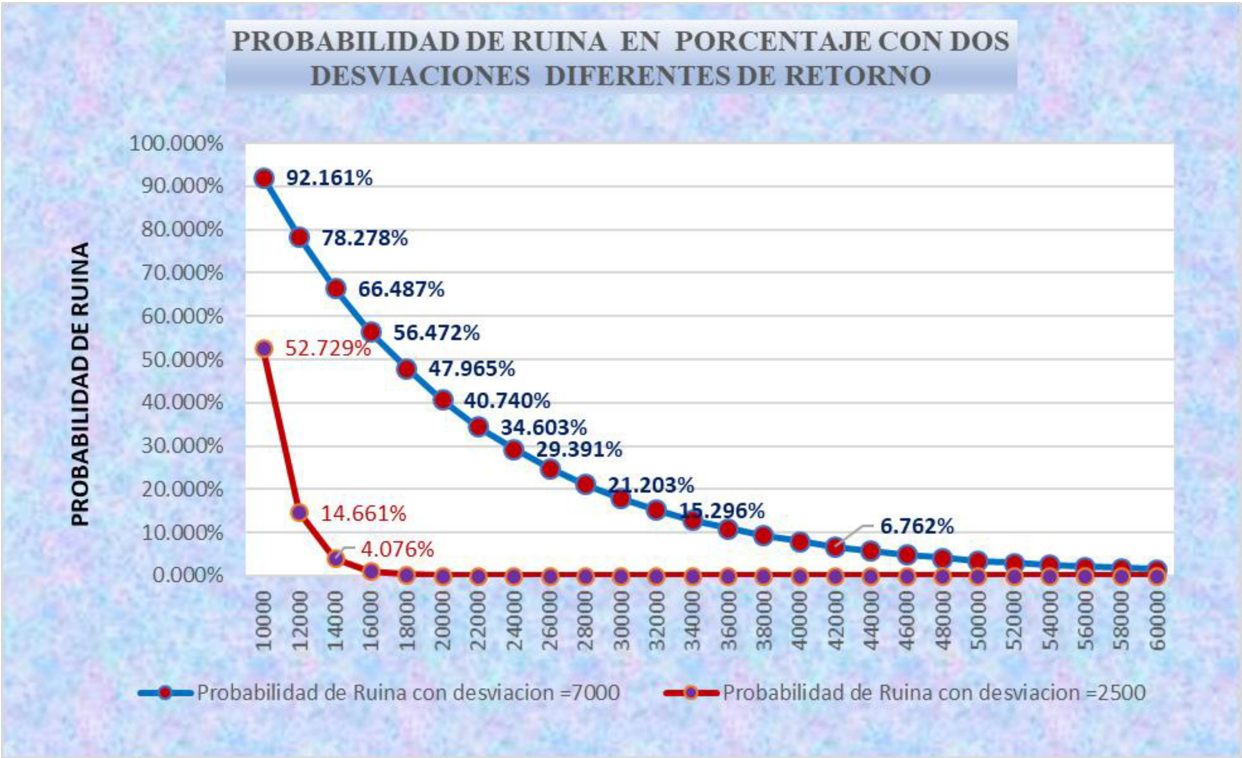
Figura – 17

En la Figura – 17 se observar para tener un riesgo de menos del 5% la aseguradora deberá tener a lo más por encima de 15000 miles.

A partir de 19000 a más de capital tendríamos un riesgo cero

"El éxito de la estabilidad está en la relación entre la ganancia media (en este caso mensual) y la desviación típica de la misma. Es decir, en la homogeneidad de las ganancias. Cuanto menos homogéneas sea el capital de retorno la curva estaría pegado al eje del primer cuadrante."

Si aumentásemos la desviación típica mensual que representa la variación mensual seria la curva muy volátil. Como se observa en la Figura - 18



Fuente: Elaboración propia

Figura - 18

En la Figura – 18 Se puede observar a mayor variación mensual del capital de retorno la probabilidad de riesgo aumenta.

para un riesgo menos del 5% se necesita un capital mayor a 45000 aproximadamente, es decir la curva se muy volátil y el riesgo aumenta.

A mayor desviación mensual se necesita un capital mayor, que significa una probabilidad eminente de riesgo financiero.

4.6 DISCUSIONES Y RECOMENDACIONES

4.6.1 Discusiones

Objetivo Específico - 01

Las reclamaciones y los montos reclamadas tienen características de distribución Bernoulli y cada póliza reclamada es una variable aleatoria independientes el producto de estas dos variables en suma es un **modelo individual**, y es más utilizado para evaluar mediante la mediciones de dos parámetros que lo determinan la magnitud de la perdida de los vehículos y la probabilidad de la perdida asociado al monto.

Se agrupa de acuerdo a la tabla 01 (formula de pril) Se agrupo en función a las probabilidades de reclamaciones por meses y se observa que S_I tiene características de una distribución poisson.

La figura 07 muestra los robos vehiculares por mes y se observa que en el mes de marzo se incrementó mayor robo vehicular.

La figura 08 muestra los porcentajes de tipo de seguro que tienen los vehículos el 49% de vehículos tienen seguro total, el 27% tienen solo soat y 24% tienen seguros a terceros.

La figura-09 muestra el comportamiento de las pólizas y el monto a reclamada por cada mes que le corresponde y se observa que la mayoría de las pólizas reclaman en los niveles 2 y 3 correspondiente a las cantidades de 14.5 y 19.5 mil dólares.

La Figura – 12 muestra las acumuladas de vehículos robados por cada mes durante el primer trimestre del año 2018 asociado a las pólizas del monto de reclamación por siniestro. Cada sumando es una variable aleatoria diferente en cada mes y el total también de cada mes es una variable aleatoria.

Se observa que en enero hubo mayor cantidad de siniestros vehiculares.

Que permitirán al modelo c**olectivo** utilizar para el análisis de relación de COSTO- BENIFICIO y su reembolso de las reclamaciones. Los resultados de las probabilidades acumuladas simuladas se observan en la página 69

Objetivo Especifico – 02

Las probabilidades de ruina usando los modelos de lundberg simulado con diferentes capitales.

En la figura-14 se observa 3 simulaciones tienen una tendencia creciente en el tiempo sin probabilidad de ruina y 2 tienden a cero con posibilidad de ruina.

En la figura-15 se observa 4 simulaciones tienen una tendencia creciente en el tiempo sin probabilidad de ruina y 1 tienden a cero con posibilidad de ruina.

Se puede concluir que el capital inicial y el tiempo de reclamo es importante para la determinación de una probabilidad de ruina.

En la Figura – 16 se observa las probabilidades de ruina con diferentes coeficiente de ajustes R de Lundberg, para un R = 0.6 de ajuste a mayor valor del coeficiente de ajuste la probabilidad de ruina disminuye, es decir para un capital 4 su probabilidad de ruina es 0.1 en porcentajes seria 10% .

para un R = 0.4 de ajuste la probabilidad de ruina aumenta, es decir para un capital 4 su probabilidad de ruina es 0.2 en porcentajes seria 20%

para un R = 0.2 de ajuste la probabilidad de ruina rápidamente aumenta, es decir para un capital 4 su probabilidad de ruina es 0.44933 en porcentajes seria 44.93%

este resultado significa un riesgo.

Se concluye que los parámetros de las distribuciones son determinantes en la determinación de las probabilidades ruina.

En la Figura – 18 Se puede observar a mayor variación mensual del capital de retorno la probabilidad de riesgo aumenta.

para un riesgo menos del 5% se necesita un capital mayor a 45000 aproximadamente, es decir la curva se muy volátil y el riesgo aumenta.

A mayor desviación mensual se necesita un capital mayor, que significa una probabilidad eminente de riesgo financiero.

4.6.2 RECOMENDACIONES

La inseguridad en el país en los últimos años, permite que haya mayor demanda de seguros vehiculares, permitiendo a desequilibrar el **costo – beneficio** de las aseguradoras y permitiendo a determinar algunos cálculos en términos probabilidad-

- Se recomienda el uso de estos modelos individuales y colectivos para representa apropiadamente la distribución de los reclamos que permite encontrar las aproximaciones para estimar algunas probabilidades de reembolso y poder determinar también una ruina financiera de la compañía aseguradora por la alta demanda de los seguros.
- Existen más métodos de aproximación para estimar las probabilidades de ruina de una financiera. Así como modelos de regresión lineal y múltiple y otras distribuciones
- El número de siniestros y sus posibilidades de reembolso favorable es la más importante para las compañías aseguradoras donde el *riesgo y las incertidumbres* son variables estocásticas.

  Si les recomienda a las compañías financieras y aseguradoras realizar un testeo de simulaciones a las bases de datos periódicamente y conocer las distribuciones correctas de los datos, caso contrario no podrá soportar una crisis interna y menos una crisis externa a las aseguradoras financieras.

VII REFERENCIAS

[1] Alfonso de Lara Haro, publicado en (2011) "Medición y Control de Riesgos Financieros" México, Tercera Edición, Editorial Limusa.}

[2] Armando Javier y Querol L. (2003) "Crisis del tequila y sus efectos en el sistema financiero" Universidad del Cema, México

[3] Castañer Garriga, Anna (2010) Análisis de la Teoría del Riesgo: " La Transformada del momento de Ruina." https://www.researchgate.net/publication/28182834_Analisis_de_laTeoria_del_Riesgo_la_transformada_del_momento_de_ruina

[4] Cavero Egusquiza Vargas, Lauralinda Leonor (2014) Portafolios de inversión y sus efectos en la reducción de riesgo operativo y rentabilidad a nivel de seguros de vida en la USMP. http://www.repositorioacademico.usmp.edu.pe/bitstream/usmp/1125/1/cavero_evll.pdf

[5] Cramér, H. publication (1930). *On the Mathematical Theory of Risk.* Volume, Stockholm. http://lya.fciencias.unam.mx/lars/libros/riesgo.pdf

[6] Cobo Quintero Alvaro José.(2000) la selección de carteras desde markowitz Bogotá , Colombia, Primera Edición. (2000). http://www.cashflow88.com/ ›nes/carteras.pdf

[7] Cuervo A. y Rivero P. (1986) Revista Española (Vol. XVI, n. 49, pp. 15-33) El Análisis Económico Financiero. http://Dialnet-ElAnalisisEconomicofinancieroDeLaEmpresa-43902.pdf

[8] Cox D.R. and H.D. Miller (1965) The Theory of Stochastic Processes. Printed in the United Stater of America. First CRC Reprint 2001 https://www.amazon.com/Theory-Stochastic-Processes-Science-Paperbacks/dp/0412151707

[9] Escalante C., César & Arango O, "Gerardo Aspectos básicos del modelo de riesgo colectivo Matemáticas: Enseñanza Universitaria, vol. XII, núm. 2, (Articulo) diciembre, 2004, pp. 3-15 Escuela Regional de Matemáticas." Cali, Colombia. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=46812202

[10] Hally Edmund. (1693) Tablas de Mortalidad y su relación con la edad en una Población " Blog" http://www.peris.es/no-solo-seguros/lo-que-los-seguros-le-deben-a-halley/

[11] Hernández Rangel Diego (1997) " Métodos Combinatorios en la Teoría de Ruina (Tesis) UNAM-Comisión Nacional de Seguros y Finanzas-CNSF." México. http://www.cnsf.gob.mx/Difusion/OtrasPublicaciones.

[12] Francisco Venegas Martínez (2008) " Riesgos Financieros y Económicos ". Productos derivados y decisiones económicas bajo incertidumbre, Segunda Edición.

[13] Gerber. H. (1979) An *Introduction to Mathematical Risk Theory.* S.S. Huebner Foundation. University of Pennsylvania. Philadelphia..

[14] Goovaerts, Marc, J.(eds.) (1985) *Insurance and Risk Theory.* Reidel Publishing Company. Of Canadian financial institutions.

[15] Mejía Carvajal, Oscar Daniel (2002) "Discusión sobre la teoría moderna del portafolio. aplicación de la internacionalización del portafolio" https://www.icesi.edu.co/revistas/index.php/estudios_gerenciales/article/view/84/html.

[16] Moreno Muñoz, María Teresa y Luis Ramos Burgoa (2003) "Aplicación de Modelos de Credibilidad para el Cálculo de Primas en el Seguro de Automóviles" Trabajo presentado para el " X Premio de Investigación sobre Seguros y Fianzas. Comisión nacional de seguros y finanzas – CNSF-México."
http://www.cnsf.gob.mx/Eventos/Premios_2014/X_Seguros_2

[17] Nassir Sapay Chain y Rinaldo Sapay Chain.
"Preparación y Evaluación de Proyectos "
Best Seller Internacional Edición. (2008) Mc Gran Hill.

[18] Rincón Luis (2012) "Introducción a la Teoría del Riesgo." México DF: Facultad de Ciencias UNAM.
http://lya.fciencias.unam.mx/lars/libros/riesgo.pdf/

[19] Villarreal Samaniego, Jesús Darío (2008) Administración Financiera – II. México, 1 era Edición.
http://www.eumed.net/libros-gratis/2008b/418/
_LaTeoria Moderna de Portafolios.htm/

[20] Sarabia, José María y Gómez Antonio, publicado en 2007, "Estadística Actuarial Teoría y Aplicaciones Departamento de métodos cuantitativos en economía" Madrid 1º Edición - Pearson Educación.

[21] Trowbridge. C. L. (1989). *Fundamental Concepts in* Actuarial *Science*
Fondo de Investigación y Educación Actuarial.
Publicado Volumen XLV, Marzo.(1994).

ANEXO

Y

(PALABRAS CLAVES)

ROBO DE VEHÍCULOS

DENUNCIAS POR ROBO DE VEHÍCULOS, SEGÚN DEPARTAMENTO, 2009 - 2018

(Casos registrados)

Departamento	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Total	**13787**	**15179**	**15881**	**16357**	**18927**	**17988**	**16501**	**17544**	**18106**	**19084**
Amazonas	6	26	28	84	63	36	44	47	58	153
Áncash	361	223	258	299	316	293	165	191	184	143
Apurímac	2	4	1	-	-	32	16	19	20	75
Arequipa	144	140	146	139	98	174	138	134	141	141
Ayacucho	123	147	195	173	30	276	308	260	309	100
Cajamarca	1	5	61	84	490	465	395	609	509	520
Prov. Const. del Callao	161	160	210	263	271	227	313	283	270	1 084
Cusco	100	58	75	66	123	153	93	59	438	130
Huancavelica	5	1	5	5	2	-	5	8	5	20
Huánuco	434	507	826	1 096	903	1 104	799	462	642	597
Ica	144	125	288	434	499	234	746	1 466	937	671
Junín	72	111	327	424	516	762	761	780	755	561
La Libertad	462	1 017	1 158	1 203	1 290	1 225	1 100	1 270	1 130	1 292
Lambayeque	558	1 366	1 713	807	1 682	519	662	287	225	1 205
Lima	**8 627**	**6 988**	**6 460**	**6 912**	**6 408**	**5 975**	**6 211**	**5 649**	**5 833**	**6 982**
Loreto	1 173	1 900	1 132	774	2 296	2 163	1 741	2 062	2 138	2 519
Madre de Dios	1	26	122	744	711	580	730	465	811	544
Moquegua	23	21	25	10	17	20	13	15	23	13
Pasco	41	-	-	-	1	-	4	6	30	39
Piura	576	755	477	301	297	143	350	602	581	785
Puno	50	40	63	303	408	462	446	599	539	42
San Martín	128	415	607	337	430	513	194	338	737	1 048
Tacna	62	53	85	104	99	106	76	62	52	20
Tumbes	214	247	382	428	547	405	448	412	343	350
Ucayali	319	844	1 237	1 367	1 430	2 121	743	1 459	1 396	50

Nota: El sector no tiene incorporada la desagregación en Provincia de Lima y Región Lima.
Fuente: Ministerio del Interior (MININTER) - Dirección de Estadística y Monitoreo de la Oficina de Planeamiento Estratégico. 2018

DATOS DE LOS VEHICULOS SINIESTRADOS
MES DE ENERO-FEBRERO y MARZO - 2018

N°	AÑO DEL VEHICULO	TIPO DE SEGURO	CONDICION VEHICULO	MONTO EN MIL	SEXO
1	1	2	1	15	1
2	2	2	2	20	2
3	14	1	1	9	2
4	5	2	2	18	2
5	10	0	1	11	1
6	6	2	2	17	2
7	7	2	2	14	2
8	8	1	1	12	1
9	18	0	2	6	2
10	10	1	1	36	2
11	11	2	2	7	2
12	16	1	1	8	1
13	14	0	1	10	2
14	13	1	1	9	2
15	15	2	2	13	2
16	2	2	1	25	2
17	14	0	2	9	2
18	20	0	1	6	2
19	7	1	2	14	2
20	9	2	1	16	2
21	3	2	2	21	1
22	8	1	1	11	1
23	9	2	2	12	2
24	10	0	1	8	2
25	7	2	2	16	2
26	12	2	2	10	2
27	2	1	1	23	2
28	14	2	1	11	1
29	5	0	2	16	2
30	2	2	1	21	2
31	14	1	1	10	2

TIPOS DE SEGURO	CONDICION DEL VEHICULO	SEXO
0:Soat	1:part	1:f
1:Seguro a terceros	2:taxi	2:m
2:Todo riesgo		

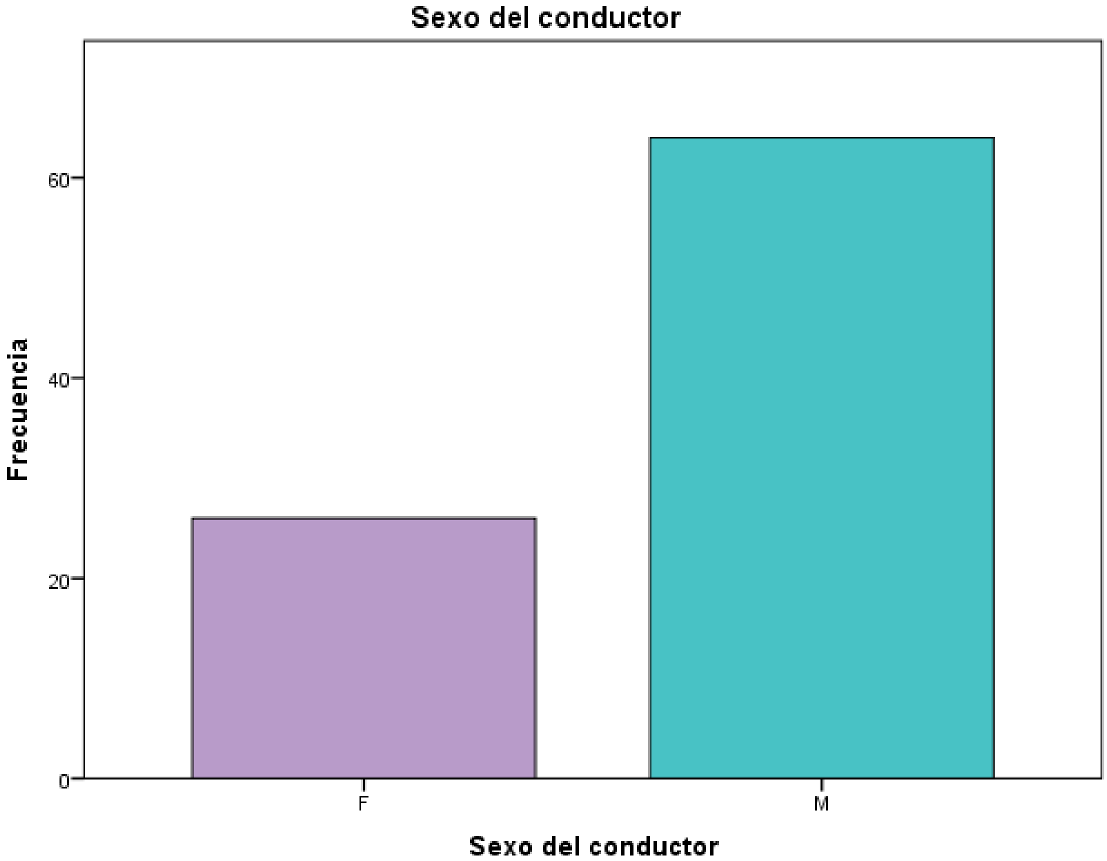
N°	AÑO DEL VEHICULO	TIPO DE SEGURO	CONDICION VEHICULO	MONTO EN MIL	SEXO
1	5	2	2	18	1
2	8	2	2	20	2
3	14	0	1	13	2
4	2	2	2	18	2
5	16	0	1	11	1
6	5	2	2	17	2
7	3	2	2	14	2
8	18	0	1	8	1
9	7	0	2	10	2
10	2	1	1	25	2
11	14	1	2	12	2
12	5	1	1	33	1
13	4	0	1	10	2
14	8	1	1	9	2
15	19	0	2	13	1
16	8	2	1	11	2
17	9	2	2	9	2
18	15	0	1	7	2
19	1	2	2	20	1
20	12	2	1	12	2
21	2	2	2	23	2
22	14	1	1	11	1
23	9	2	2	12	2
24	13	0	1	8	2
25	6	2	2	16	2
26	11	2	2	10	1
27	17	1	1	8	2
28	1	2	1	30	1

N°	AÑO DEL VEHICULO	TIPO DE SEGURO	CONDICION VEHICULO	MONTO EN MIL	SEXO
1	6	2	2	15	2
2	2	2	2	20	1
3	8	0	1	13	2
4	9	1	2	18	2
5	5	0	1	17	1
6	11	2	2	11	2
7	12	0	2	14	2
8	14	0	1	8	1
9	2	2	2	28	2
10	14	0	1	12	2
11	5	1	2	12	2
12	3	2	1	19	1
13	6	0	1	10	2
14	7	1	1	9	2
15	1	2	1	26	1
16	9	2	1	11	2
17	10	1	2	9	1
18	4	0	2	16	2
19	12	2	2	20	1
20	2	2	1	23	2
21	14	0	2	19	2
22	13	1	1	35	1
23	3	2	2	15	2
24	5	2	1	20	2
25	17	2	2	14	2
26	8	2	2	11	2
27	9	1	1	13	2
28	10	0	1	30	1
29	6	2	2	27	1
30	2	2	1	23	2
31	11	1	2	9	2

DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS Y GRAFICAS DE LAS VARIABLES EN ESTUDIO

Variable: Sexo del conductor

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	F	26	28,9	28,9	28,9
	M	64	71,1	71,1	100,0
	Total	90	100,0	100,0	



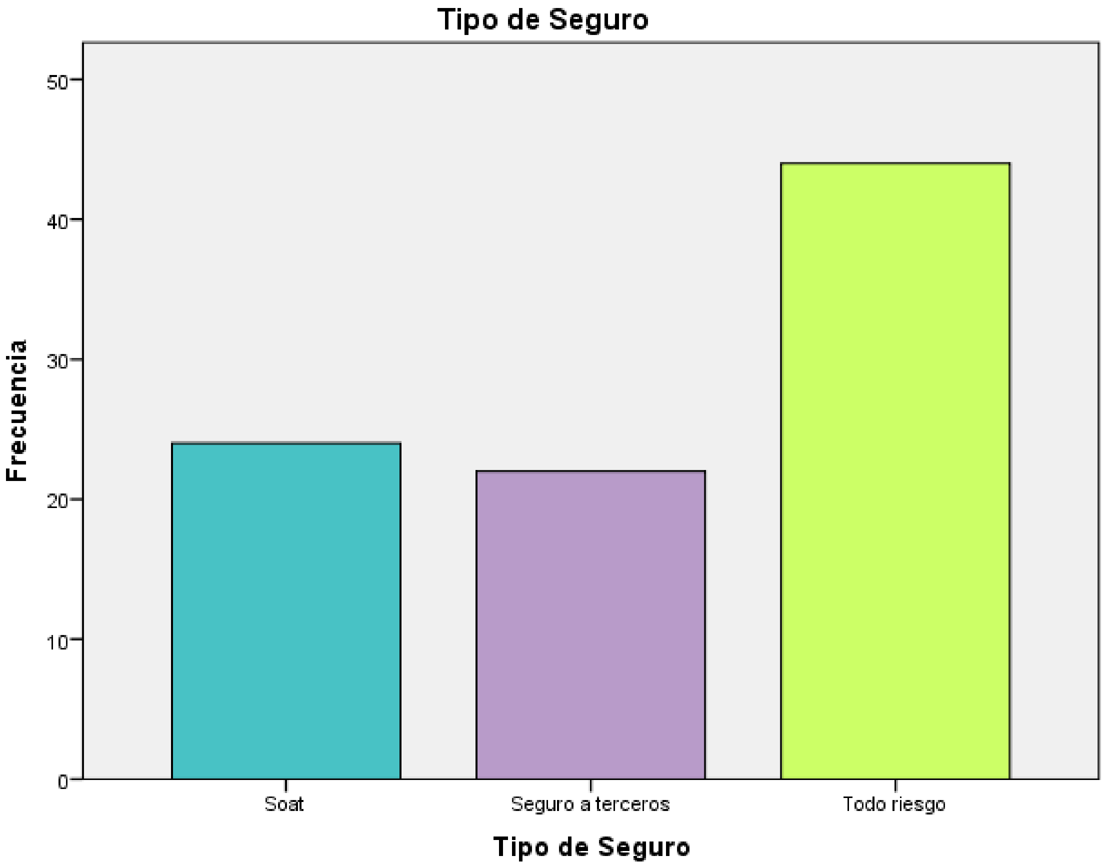
Fuente: Elaboración propia

Figura - 19

La figura 19 muestra que la mayoría de los vehículos siniestrados "robados" corresponde a los hombres

Variable: Tipo de Seguro

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Soat	24	26,7	26,7	26,7
	Seguro a terceros	22	24,4	24,4	51,1
	Todo riesgo	44	48,9	48,9	100,0
	Total	90	100,0	100,0	



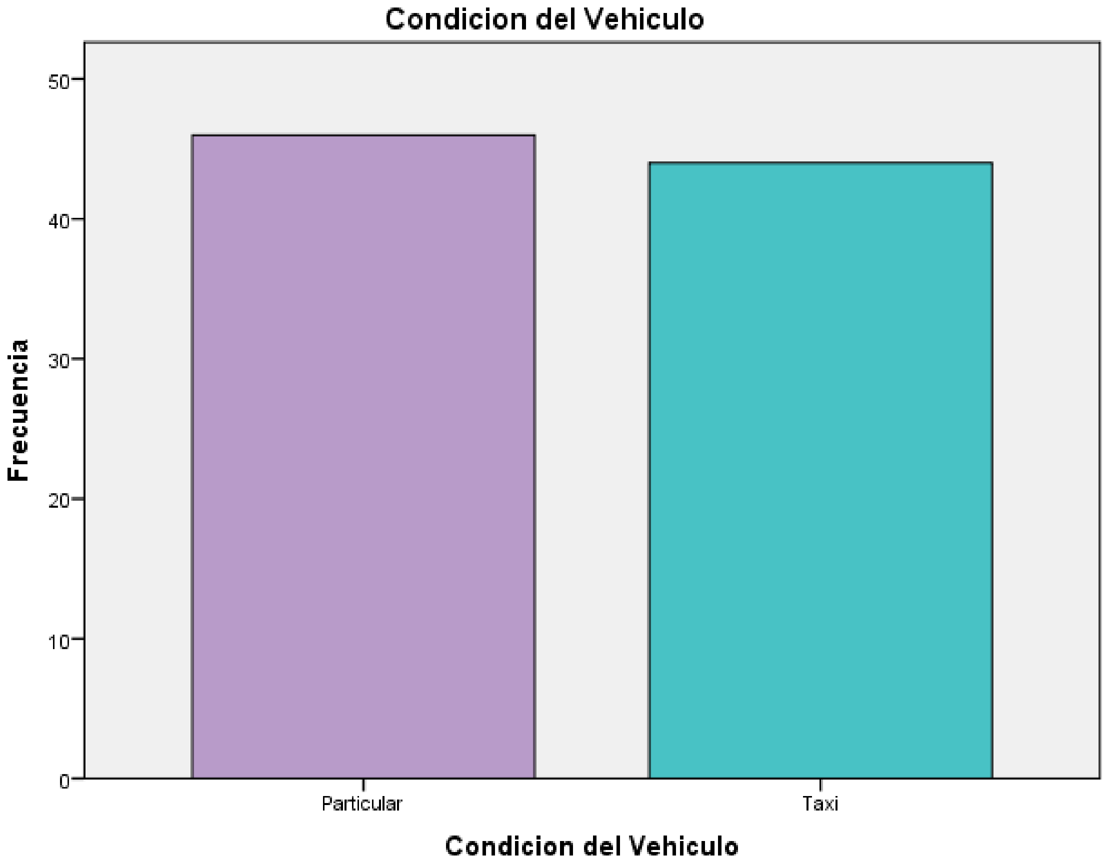
Fuente: Elaboración propia

Figura - 20

La figura 20 muestra que la mayoría de los vehículos siniestrados tienen Seguro “todo riesgo”

Variable: Condición del Vehículo

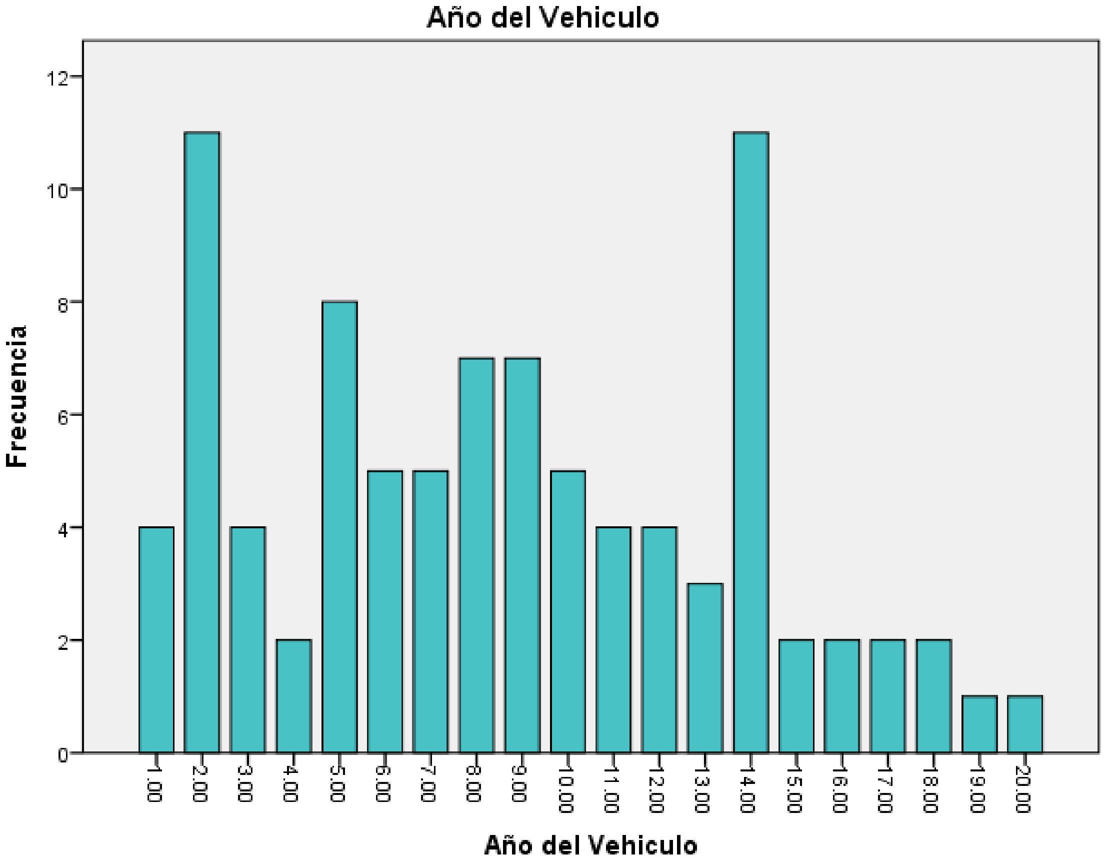
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Particular	46	51,1	51,1	51,1
	Taxi	44	48,9	48,9	100,0
	Total	90	100,0	100,0	



Fuente: Elaboración propia

Figura - 21

La figura 21 muestra que la mayoría de los vehículos siniestrados son de tipo Particular.



Fuente: Elaboración propia

Figura - 22

La figura 22 muestra que la mayoría de los vehículos siniestrados corresponde a vehículos de 2 años de antigüedad y 14 años se puede observar los vehículos siniestrados se encuentran 5 a 12 años de Antigüedad.

GLOSARIO DE TERMINOS

Glosario

- ***Apalancamiento financiero:*** se refiere usar endeudamiento para financiar una operación. Es decir en lugar de realizar una operación con fondos propios, se hará con fondos propios y un crédito.
- ***Burbuja Inmobiliaria:*** La crisis desatad en el año 2008 por las **hipotecas basura** en EE UU ha acabado estallando y se está llevando por delante a los grandes bancos de inversión. El Gobierno de Bush ha tenido que intervenir tras una semana negra para las bolsas y ante la perspectiva de más quiebras de las financieras generando una onda expansiva ha afectado a los mercados de todo el mundo donde el sistema financiero mundial se ha visto sacudido por la explosión de la grave crisis y que por el momento se ha llevado ya por delante a dos de los principales bancos de inversiones de Estados Unidos (uno, en quiebra; el otro, vendido), y a una de las aseguradoras más grandes del mundo, también estadounidense, que ha tenido que ser prácticamente nacionalizada para evitar que se fuese a una quiebra total.
- ***Drawdown:*** en una cartera de seguros es la diferencia entre nuestro capital actual y el máximo capital que se tiene.

- ***Riesgo de mercado:*** fluctuaciones de los mercados financieros, y en el que se distinguen los desniveles.
- ***Riesgo de cambio:*** consecuencia de la volatilidad del mercado de divisas.
- ***Riesgo de tipo de interés:*** consecuencia de la volatilidad de los tipos de interés.
- ***Riesgo de mercado:*** se refiere específicamente a la volatilidad de los mercados de instrumentos financieros tales como acciones, deuda, derivados, etc.
- ***Riesgo de crédito:*** consecuencia de la posibilidad de que una de las partes de un contrato financiero no asuma sus obligaciones.

- ***Riesgo de liquidez:*** se refiere al hecho de que una de las partes de un contrato financiero no pueda cumplir en pagar. Y liquidez se entiende a la capacidad de sus obligaciones financieras.
- **Riesgo operativo:** se define en el acuerdo de Basilea II utilizado para la regulación del sector bancario en Europa como el "riesgo de sufrir pérdidas debido a la inadecuación o a fallos de los procesos, el personal y los sistemas internos o bien a causa de acontecimientos externos". En esta definición se incluye el riesgo legal, y se exluyen los riesgos clasificados como estratégicos y de reputación.
- ***Trading:*** es el arte de negociar con el objetivo de generar rentabilidad en un corto tiempo.
- ***El tequilazo**:* En 1995 las economías latinoamericanas sufrieron abruptamente el llamado *efecto tequila*, la crisis financiera y la quiebra de empresas y los bancos de México que se propagó hasta Argentina, iniciada el 19 de diciembre de 1994 por la devaluación abrupta del peso mexicano (MXN) por parte de la administración entrante del presidente mexicano Ernesto Zedillo, ésto en consecuencia a las pocas reservas que quedaban en el banco central producto de la fuga de capitales producto de los acontecimientos políticos que durante 1994 ocurrieron en el país azteca.
- **Solvencia:** se refiere a la capacidad de su organización de cumplir con sus obligaciones de optimizar el riesgo operativo.

SOLICITO: La autorización del uso de los datos de la web de las denuncias por robo de vehículos de lima metropolitana

Señor Director:

De la Dirección de prevención e investigación de robo de vehículos.

Yo Hincho Ccasa, Timoteo con DNI: 08819351

Es grato dirigirme a usted para saludarlo cordialmente y manifestarle lo siguiente **Solicito** la autorización del uso de la información de las denuncias vehiculares por robo hasta el año 2018.

Con la finalidad de continuar con mi proyecto de *tesis concerniente a los Robos vehiculares y sus consecuencias de riesgo.* Debo manifestarle que el uso de los datos será responsablemente con fines de encontrar las causas de riesgos que existe en los robos de vehículos.

Agradeciendo su gentil comprensión

Adjunto DNI

17 de diciembre del 2018

Atentamente

HINCHO CCASA, TIMOTEO

DNI: 08819351

RECEPCIÓN
Fecha 17/12/18
9:00 am

MINIST. INT /
Y INEI

PERÚ | Ministerio del Interior

Firmado digitalmente por: FERNANDEZ LARREA Ysabel FAU 20131366966 hard
Motivo: Soy el autor del documento
Director (A) De La Oficina De Atencion Al Ciudadano Y Gestion Documental
Fecha: 16/10/2020 17:11:11-0500

"DECENIO DE LA IGUALDAD DE OPORTUNIDADES PARA MUJERES Y HOMBRES"
"AÑO DE LA UNIVERSALIZACION DE LA SALUD"

CARTA N° 002368-2020/IN/SG/OACGD

Señor
TIMOTEO HINCHO CCASA
E-mail: estadisticahc@hotmail.com
Las Magnolias Mz. H, Lt. 01
San Juan de Miraflores.-

Asunto: Pedido de información amparada en la Ley N° 27806

Referencia: Solicitud virtual registrada el 15OCT2020

Tengo el agrado de dirigirme a usted en mi calidad de Responsable de atender las solicitudes de acceso a la información pública que corresponda al Ministerio del Interior, con relación al documento de la referencia, a través del cual solicita "(...) *el uso de los datos o información colgadas en la web concerniente a los "robos vehiculares hasta el año 2018" la información de los robos vehiculares por año se encuentran en la web y en la página del INEI, para realizar mi proyecto de tesis referido a los robos vehiculares en lima metropolitana* (...)"; pedido que se ampara en la Ley de Transparencia y Acceso a la Información Pública.

Al respecto, preciso a usted que mediante Decreto Supremo Nº 156-2020-PCM, se establece entre otros, prorrogar el Estado de Emergencia Nacional declarado mediante Decreto Supremo Nº 044-2020- PCM, ampliado temporalmente mediante los Decretos Supremos Nºs 051, 064, 075, 083, 094, 116 y 135-2020-PCM; y precisado o modificado por los Decretos Supremos Nºs 045, 046, 051, 053, 057, 058, 061, 063, 064, 068, 072, 083, 094, 116, 129, 135, 139-2020-PCM Nº 146-2020-PCM y Nº 151-2020-PCM, a partir del jueves 01 de octubre de 2020 hasta el sábado 31 de octubre de 2020, por las graves circunstancias que afectan la vida de la Nación a consecuencia del COVID-19.

Sin perjuicio de ello, hago de su conocimiento que mediante Oficio N° 001368-2020/IN/SG/OACGD, que en copia se adjunta, su pedido de información estará siendo trasladado al Funcionario Responsable de Acceso a la Información Pública de la Policía Nacional del Perú, para su atención directa en el ámbito de su competencia[1].

Sin otro particular, quedo de usted.

Atentamente,

Documento firmado digitalmente

YSABEL FERNÁNDEZ LARREA
DIRECTORA
OFICINA DE ATENCIÓN AL CIUDADANO Y GESTIÓN DOCUMENTAL
MINISTERIO DEL INTERIOR

YFL/pcp

[1] En caso requiera mayor información respecto a su pedido o conocer sobre el estado de su trámite, podrá usted dirigirse al correo electrónico: utd@policia.gob.pe

1

RUD: 20200003577000